

Des tuyaux pour se qualifier au baseball

Théophile Wallez

Jeudi 15 Novembre 2018

Info



Pour Tous

Introduction

Les qualifications au Baseball

- ▶ 5 équipes par poule

Les qualifications au Baseball

- ▶ 5 équipes par poule
- ▶ 19 matchs entre chaque paire d'équipe

Les qualifications au Baseball

- ▶ 5 équipes par poule
- ▶ 19 matchs entre chaque paire d'équipe
- ▶ L'équipe qui a le plus de victoires dans la poule est qualifiée

Élimination mathématique d'une équipe

TUESDAY, SEPTEMBER 10, 1996

San Francisco Chronicle

The Gate
Sports Online
► <http://www.sfgate.com>

SPORTING GRE

49ers, Young Get Big Break



Quarterback may have

By Gary Swan
Chronicle Staff Writer

The bye week has come at a perfect time for the 49ers and quarterback Steve Young. If they had a game next Sunday, there's a good chance Young would not play.

49ers Soak S.
SEE PAGE 5

last season — whi
pounding and cos
the problem has l
to take a slow, pa
ery.

... that he pulled groin muscle on his up

Giants Officially Leave the NL West Race

By Nancy Gay
Chronicle Staff Writer

With the smack of another National League West bat 500 miles away, the Giants' run at the division title ended last night, just as they were handing the visiting St. Louis Cardinals an even bigger lead in the NL Central.

CARDINALS 6
GIANTS 2

In San Diego, Greg Vaughn's three-run homer in the eighth pushed the Padres over the Pirates and officially shoved the rest of the Giants' season into the back-ground. On the heels of their tedious 6-2 loss before an announced crowd of 10,307 at Candlestick Park, the Giants fell 19½ games off the lead.

As it is, the worst the Padres' (80-65) can finish is 80-82. The Giants have fallen to 59-83 with 20

Financing in Place
For Giants' New Stadium
SEE PAGE B1, MAIN NEWS

games left; they cannot win 80 games. Coming off a miserable 2-8 mark on a three-city road trip that saw their road record drop to 27-47, the Giants were hoping to get off on the right foot in their longest homestand of the year (15 games, 14 days).

"Where we are, you're going to be eliminated sooner or later," Baker said quietly. "But it doesn't alter the fact that we've still got to play ball. You've still got to play hard, the fans come out to watch you play. You've got to play for the fact of loving to play, no matter where you are in the standings.

"You've got to play the role of spoiler, to not make it easier on GIANTS: Page D5 Col 3

11:58 AM
11:57 AM
11:56 AM
11:55 AM
11:54 AM
11:53 AM
11:52 AM
11:51 AM
11:50 AM
11:49 AM
11:48 AM
11:47 AM
11:46 AM
11:45 AM
11:44 AM
11:43 AM
11:42 AM
11:41 AM
11:40 AM
11:39 AM
11:38 AM
11:37 AM
11:36 AM
11:35 AM
11:34 AM
11:33 AM
11:32 AM
11:31 AM
11:30 AM
11:29 AM
11:28 AM
11:27 AM
11:26 AM
11:25 AM
11:24 AM
11:23 AM
11:22 AM
11:21 AM
11:20 AM
11:19 AM
11:18 AM
11:17 AM
11:16 AM
11:15 AM
11:14 AM
11:13 AM
11:12 AM
11:11 AM
11:10 AM
11:09 AM
11:08 AM
11:07 AM
11:06 AM
11:05 AM
11:04 AM
11:03 AM
11:02 AM
11:01 AM
11:00 AM
10:59 AM
10:58 AM
10:57 AM
10:56 AM
10:55 AM
10:54 AM
10:53 AM
10:52 AM
10:51 AM
10:50 AM
10:49 AM
10:48 AM
10:47 AM
10:46 AM
10:45 AM
10:44 AM
10:43 AM
10:42 AM
10:41 AM
10:40 AM
10:39 AM
10:38 AM
10:37 AM
10:36 AM
10:35 AM
10:34 AM
10:33 AM
10:32 AM
10:31 AM
10:30 AM
10:29 AM
10:28 AM
10:27 AM
10:26 AM
10:25 AM
10:24 AM
10:23 AM
10:22 AM
10:21 AM
10:20 AM
10:19 AM
10:18 AM
10:17 AM
10:16 AM
10:15 AM
10:14 AM
10:13 AM
10:12 AM
10:11 AM
10:10 AM
10:09 AM
10:08 AM
10:07 AM
10:06 AM
10:05 AM
10:04 AM
10:03 AM
10:02 AM
10:01 AM
10:00 AM
9:59 AM
9:58 AM
9:57 AM
9:56 AM
9:55 AM
9:54 AM
9:53 AM
9:52 AM
9:51 AM
9:50 AM
9:49 AM
9:48 AM
9:47 AM
9:46 AM
9:45 AM
9:44 AM
9:43 AM
9:42 AM
9:41 AM
9:40 AM
9:39 AM
9:38 AM
9:37 AM
9:36 AM
9:35 AM
9:34 AM
9:33 AM
9:32 AM
9:31 AM
9:30 AM
9:29 AM
9:28 AM
9:27 AM
9:26 AM
9:25 AM
9:24 AM
9:23 AM
9:22 AM
9:21 AM
9:20 AM
9:19 AM
9:18 AM
9:17 AM
9:16 AM
9:15 AM
9:14 AM
9:13 AM
9:12 AM
9:11 AM
9:10 AM
9:09 AM
9:08 AM
9:07 AM
9:06 AM
9:05 AM
9:04 AM
9:03 AM
9:02 AM
9:01 AM
9:00 AM
8:59 AM
8:58 AM
8:57 AM
8:56 AM
8:55 AM
8:54 AM
8:53 AM
8:52 AM
8:51 AM
8:50 AM
8:49 AM
8:48 AM
8:47 AM
8:46 AM
8:45 AM
8:44 AM
8:43 AM
8:42 AM
8:41 AM
8:40 AM
8:39 AM
8:38 AM
8:37 AM
8:36 AM
8:35 AM
8:34 AM
8:33 AM
8:32 AM
8:31 AM
8:30 AM
8:29 AM
8:28 AM
8:27 AM
8:26 AM
8:25 AM
8:24 AM
8:23 AM
8:22 AM
8:21 AM
8:20 AM
8:19 AM
8:18 AM
8:17 AM
8:16 AM
8:15 AM
8:14 AM
8:13 AM
8:12 AM
8:11 AM
8:10 AM
8:09 AM
8:08 AM
8:07 AM
8:06 AM
8:05 AM
8:04 AM
8:03 AM
8:02 AM
8:01 AM
8:00 AM
7:59 AM
7:58 AM
7:57 AM
7:56 AM
7:55 AM
7:54 AM
7:53 AM
7:52 AM
7:51 AM
7:50 AM
7:49 AM
7:48 AM
7:47 AM
7:46 AM
7:45 AM
7:44 AM
7:43 AM
7:42 AM
7:41 AM
7:40 AM
7:39 AM
7:38 AM
7:37 AM
7:36 AM
7:35 AM
7:34 AM
7:33 AM
7:32 AM
7:31 AM
7:30 AM
7:29 AM
7:28 AM
7:27 AM
7:26 AM
7:25 AM
7:24 AM
7:23 AM
7:22 AM
7:21 AM
7:20 AM
7:19 AM
7:18 AM
7:17 AM
7:16 AM
7:15 AM
7:14 AM
7:13 AM
7:12 AM
7:11 AM
7:10 AM
7:09 AM
7:08 AM
7:07 AM
7:06 AM
7:05 AM
7:04 AM
7:03 AM
7:02 AM
7:01 AM
7:00 AM
6:59 AM
6:58 AM
6:57 AM
6:56 AM
6:55 AM
6:54 AM
6:53 AM
6:52 AM
6:51 AM
6:50 AM
6:49 AM
6:48 AM
6:47 AM
6:46 AM
6:45 AM
6:44 AM
6:43 AM
6:42 AM
6:41 AM
6:40 AM
6:39 AM
6:38 AM
6:37 AM
6:36 AM
6:35 AM
6:34 AM
6:33 AM
6:32 AM
6:31 AM
6:30 AM
6:29 AM
6:28 AM
6:27 AM
6:26 AM
6:25 AM
6:24 AM
6:23 AM
6:22 AM
6:21 AM
6:20 AM
6:19 AM
6:18 AM
6:17 AM
6:16 AM
6:15 AM
6:14 AM
6:13 AM
6:12 AM
6:11 AM
6:10 AM
6:09 AM
6:08 AM
6:07 AM
6:06 AM
6:05 AM
6:04 AM
6:03 AM
6:02 AM
6:01 AM
6:00 AM
5:59 AM
5:58 AM
5:57 AM
5:56 AM
5:55 AM
5:54 AM
5:53 AM
5:52 AM
5:51 AM
5:50 AM
5:49 AM
5:48 AM
5:47 AM
5:46 AM
5:45 AM
5:44 AM
5:43 AM
5:42 AM
5:41 AM
5:40 AM
5:39 AM
5:38 AM
5:37 AM
5:36 AM
5:35 AM
5:34 AM
5:33 AM
5:32 AM
5:31 AM
5:30 AM
5:29 AM
5:28 AM
5:27 AM
5:26 AM
5:25 AM
5:24 AM
5:23 AM
5:22 AM
5:21 AM
5:20 AM
5:19 AM
5:18 AM
5:17 AM
5:16 AM
5:15 AM
5:14 AM
5:13 AM
5:12 AM
5:11 AM
5:10 AM
5:09 AM
5:08 AM
5:07 AM
5:06 AM
5:05 AM
5:04 AM
5:03 AM
5:02 AM
5:01 AM
5:00 AM
4:59 AM
4:58 AM
4:57 AM
4:56 AM
4:55 AM
4:54 AM
4:53 AM
4:52 AM
4:51 AM
4:50 AM
4:49 AM
4:48 AM
4:47 AM
4:46 AM
4:45 AM
4:44 AM
4:43 AM
4:42 AM
4:41 AM
4:40 AM
4:39 AM
4:38 AM
4:37 AM
4:36 AM
4:35 AM
4:34 AM
4:33 AM
4:32 AM
4:31 AM
4:30 AM
4:29 AM
4:28 AM
4:27 AM
4:26 AM
4:25 AM
4:24 AM
4:23 AM
4:22 AM
4:21 AM
4:20 AM
4:19 AM
4:18 AM
4:17 AM
4:16 AM
4:15 AM
4:14 AM
4:13 AM
4:12 AM
4:11 AM
4:10 AM
4:09 AM
4:08 AM
4:07 AM
4:06 AM
4:05 AM
4:04 AM
4:03 AM
4:02 AM
4:01 AM
4:00 AM
3:59 AM
3:58 AM
3:57 AM
3:56 AM
3:55 AM
3:54 AM
3:53 AM
3:52 AM
3:51 AM
3:50 AM
3:49 AM
3:48 AM
3:47 AM
3:46 AM
3:45 AM
3:44 AM
3:43 AM
3:42 AM
3:41 AM
3:40 AM
3:39 AM
3:38 AM
3:37 AM
3:36 AM
3:35 AM
3:34 AM
3:33 AM
3:32 AM
3:31 AM
3:30 AM
3:29 AM
3:28 AM
3:27 AM
3:26 AM
3:25 AM
3:24 AM
3:23 AM
3:22 AM
3:21 AM
3:20 AM
3:19 AM
3:18 AM
3:17 AM
3:16 AM
3:15 AM
3:14 AM
3:13 AM
3:12 AM
3:11 AM
3:10 AM
3:09 AM
3:08 AM
3:07 AM
3:06 AM
3:05 AM
3:04 AM
3:03 AM
3:02 AM
3:01 AM
3:00 AM
2:59 AM
2:58 AM
2:57 AM
2:56 AM
2:55 AM
2:54 AM
2:53 AM
2:52 AM
2:51 AM
2:50 AM
2:49 AM
2:48 AM
2:47 AM
2:46 AM
2:45 AM
2:44 AM
2:43 AM
2:42 AM
2:41 AM
2:40 AM
2:39 AM
2:38 AM
2:37 AM
2:36 AM
2:35 AM
2:34 AM
2:33 AM
2:32 AM
2:31 AM
2:30 AM
2:29 AM
2:28 AM
2:27 AM
2:26 AM
2:25 AM
2:24 AM
2:23 AM
2:22 AM
2:21 AM
2:20 AM
2:19 AM
2:18 AM
2:17 AM
2:16 AM
2:15 AM
2:14 AM
2:13 AM
2:12 AM
2:11 AM
2:10 AM
2:09 AM
2:08 AM
2:07 AM
2:06 AM
2:05 AM
2:04 AM
2:03 AM
2:02 AM
2:01 AM
2:00 AM
1:59 AM
1:58 AM
1:57 AM
1:56 AM
1:55 AM
1:54 AM
1:53 AM
1:52 AM
1:51 AM
1:50 AM
1:49 AM
1:48 AM
1:47 AM
1:46 AM
1:45 AM
1:44 AM
1:43 AM
1:42 AM
1:41 AM
1:40 AM
1:39 AM
1:38 AM
1:37 AM
1:36 AM
1:35 AM
1:34 AM
1:33 AM
1:32 AM
1:31 AM
1:30 AM
1:29 AM
1:28 AM
1:27 AM
1:26 AM
1:25 AM
1:24 AM
1:23 AM
1:22 AM
1:21 AM
1:20 AM
1:19 AM
1:18 AM
1:17 AM
1:16 AM
1:15 AM
1:14 AM
1:13 AM
1:12 AM
1:11 AM
1:10 AM
1:09 AM
1:08 AM
1:07 AM
1:06 AM
1:05 AM
1:04 AM
1:03 AM
1:02 AM
1:01 AM
1:00 AM
12:59 AM
12:58 AM
12:57 AM
12:56 AM
12:55 AM
12:54 AM
12:53 AM
12:52 AM
12:51 AM
12:50 AM
12:49 AM
12:48 AM
12:47 AM
12:46 AM
12:45 AM
12:44 AM
12:43 AM
12:42 AM
12:41 AM
12:40 AM
12:39 AM
12:38 AM
12:37 AM
12:36 AM
12:35 AM
12:34 AM
12:33 AM
12:32 AM
12:31 AM
12:30 AM
12:29 AM
12:28 AM
12:27 AM
12:26 AM
12:25 AM
12:24 AM
12:23 AM
12:22 AM
12:21 AM
12:20 AM
12:19 AM
12:18 AM
12:17 AM
12:16 AM
12:15 AM
12:14 AM
12:13 AM
12:12 AM
12:11 AM
12:10 AM
12:09 AM
12:08 AM
12:07 AM
12:06 AM
12:05 AM
12:04 AM
12:03 AM
12:02 AM
12:01 AM
12:00 AM

Le problème qu'on va résoudre dans cet exposé

À un instant donné durant les poules, est-ce que une équipe est éliminée mathématiquement ?

Sommaire

Prise en main du problème

Résolution naïve du problème

Analyse mathématique du problème

Résolution du flot maximal

On enlève la contrainte des 5 équipes dans la poule, et des 19 matches

Une seule équipe dans la poule

Deux équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2
Matchs gagnés	3	6

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2
e_1	-	4
e_2	-	-

Deux équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2
Matchs gagnés	3	6

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2
e_1	-	4
e_2	-	-

Est-ce que e_1 peut encore gagner ?

Deux équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2
Matchs gagnés	3	6

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2
e_1	-	4
e_2	-	-

Est-ce que e_1 peut encore gagner ?

Oui : si e_1 gagne tous ses matchs, le résultat est le suivant :

Équipe	e_1	e_2
Matchs gagnés	7	6

Deux équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2
Matchs gagnés	3	6

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2
e_1	-	2
e_2	-	-

Deux équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2
Matchs gagnés	3	6

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2
e_1	-	2
e_2	-	-

Est-ce que e_1 peut encore gagner ?

Deux équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2
Matchs gagnés	3	6

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2
e_1	-	2
e_2	-	-

Est-ce que e_1 peut encore gagner ?

Non : même si e_1 gagne tous ses matchs, le résultat est le suivant :

Équipe	e_1	e_2
Matchs gagnés	5	6

Deux équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2
Matchs gagnés	3	6

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2
e_1	-	3
e_2	-	-

Deux équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2
Matchs gagnés	3	6

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2
e_1	-	3
e_2	-	-

Est-ce que e_1 peut encore gagner ?

Deux équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2
Matchs gagnés	3	6

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2
e_1	-	3
e_2	-	-

Est-ce que e_1 peut encore gagner ?

Oui : si e_1 gagne tous ses matchs, le résultat est le suivant :

Équipe	e_1	e_2
Matchs gagnés	6	6

Trois équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	10	5	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	2	2
e_2	-	-	2
e_3	-	-	-

Trois équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	10	5	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	2	2
e_2	-	-	2
e_3	-	-	-

Est-ce que e_1 peut encore gagner ?

Trois équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	10	5	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	2	2
e_2	-	-	2
e_3	-	-	-

Est-ce que e_1 peut encore gagner ?

En fait, e_1 gagne dans tous les cas : e_2 et e_3 ont au plus 9 points :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	10	9	7

Trois équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	5	5	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	2	2
e_2	-	-	2
e_3	-	-	-

Trois équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	5	5	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	2	2
e_2	-	-	2
e_3	-	-	-

Est-ce que e_1 peut encore gagner ?

Trois équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	5	5	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	2	2
e_2	-	-	2
e_3	-	-	-

Est-ce que e_1 peut encore gagner ?

Oui : si e_1 gagne tous ses matchs elle a 9 points, et e_2 ou e_3 peuvent en avoir seulement 7 :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	9	7	5

Trois équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	3	5	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	2	2
e_2	-	-	2
e_3	-	-	-

Trois équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	3	5	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	2	2
e_2	-	-	2
e_3	-	-	-

Est-ce que e_1 peut encore gagner ?

Trois équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	3	5	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	2	2
e_2	-	-	2
e_3	-	-	-

Est-ce que e_1 peut encore gagner ?

Oui : si e_1 gagne tous ses matchs elle a 7 points, et e_2 ou e_3 peuvent en avoir seulement 7 :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	7	7	5

Trois équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	2	5	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	2	2
e_2	-	-	2
e_3	-	-	-

Trois équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	2	5	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	2	2
e_2	-	-	2
e_3	-	-	-

Est-ce que e_1 peut encore gagner ?

Trois équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	2	5	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	2	2
e_2	-	-	2
e_3	-	-	-

Est-ce que e_1 peut encore gagner ?

Oui : si e_1 gagne tous ses matchs elle a 6 points, e_2 et e_3 gagnent chacune 1 match :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	6	6	6

Trois équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	2	5	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	2	2
e_2	-	-	3
e_3	-	-	-

Trois équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	2	5	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	2	2
e_2	-	-	3
e_3	-	-	-

Est-ce que e_1 peut encore gagner ?

Trois équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	2	5	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	2	2
e_2	-	-	3
e_3	-	-	-

Est-ce que e_1 peut encore gagner ?

Non : si e_1 gagne tous ses matchs elle a 6 points, e_2 ou e_3 en auront au moins 7

Trois équipes dans la poule

Nombre de matchs déjà gagnés par e_2 contre e_3	Nombre de victoires			Qui gagne
	e_1	e_2	e_3	
0	6	5	8	e_3
1	6	6	7	e_3
2	6	7	6	e_2
3	6	8	5	e_2

e_1 ne gagne dans aucun cas !

Sommaire

Prise en main du problème

Résolution naïve du problème

Analyse mathématique du problème

Résolution du flot maximal

Listons toutes les possibilités

Nombre de matchs gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	5	5	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	0	1
e_2	-	-	2
e_3	-	-	-

Listons toutes les possibilités

Matches			Nombre de victoires			Qui gagne
e_1 vs e_3	e_2 vs e_3	e_2 vs e_3	e_1	e_2	e_3	
e_1	e_2	e_2	6	7	5	e_2
e_1	e_2	e_3	6	6	6	e_1, e_2, e_3
e_1	e_3	e_2	6	6	6	e_1, e_2, e_3
e_1	e_3	e_3	6	5	7	e_3
e_3	e_2	e_2	5	7	6	e_2
e_3	e_2	e_3	5	6	7	e_3
e_3	e_3	e_2	5	6	7	e_3
e_3	e_3	e_3	5	5	8	e_3

e_1 a donc encore une chance de gagner !

Listons toutes les possibilités

Nombre de lignes : $2^{\text{nombre de matchs}}$

Listons toutes les possibilités

Nombre de lignes : $2^{\text{nombre de matchs}}$

Nombre de matchs : ≤ 190

Listons toutes les possibilités

Nombre de lignes : $2^{\text{nombre de matchs}}$

Nombre de matchs : ≤ 190

Nombre de ligne qu'on peut vérifier par seconde $\ll 10^9$

Listons toutes les possibilités

Nombre de lignes : $2^{\text{nombre de matchs}}$

Nombre de matchs : ≤ 190

Nombre de ligne qu'on peut vérifier par seconde $\ll 10^9$

\Rightarrow Temps pris par l'algorithme : $2^{190}/10^9 \approx 10^{48}$ secondes

Listons toutes les possibilités

Nombre de lignes : $2^{\text{nombre de matchs}}$

Nombre de matchs : ≤ 190

Nombre de ligne qu'on peut vérifier par seconde $\ll 10^9$

\Rightarrow Temps pris par l'algorithme : $2^{190}/10^9 \approx 10^{48}$ secondes

Âge de l'univers $\approx 10^{17}$ secondes

Listons toutes les possibilités

Nombre de lignes : $2^{\text{nombre de matchs}}$

Nombre de matchs : ≤ 190

Nombre de ligne qu'on peut vérifier par seconde $\ll 10^9$

\Rightarrow Temps pris par l'algorithme : $2^{190}/10^9 \approx 10^{48}$ secondes

Âge de l'univers $\approx 10^{17}$ secondes

C'est trop lent 😞

Listons toutes les possibilités

Nombre de lignes : $2^{\text{nombre de matchs}}$

Nombre de matchs : ≤ 190

Nombre de ligne qu'on peut vérifier par seconde $\ll 10^9$

\Rightarrow Temps pris par l'algorithme : $2^{190}/10^9 \approx 10^{48}$ secondes

Âge de l'univers $\approx 10^{17}$ secondes

C'est trop lent 😞

Optimisation : Il y a des lignes redondantes !

Listons toutes les possibilités un peu plus intelligemment

Matches			Nombre de victoires			Qui gagne
e_1 vs e_3	e_2 vs e_3	e_2 vs e_3	e_1	e_2	e_3	
e_1	e_2	e_2	6	7	5	e_2
e_1	e_2	e_3	6	6	6	e_1, e_2, e_3
e_1	e_3	e_2	6	6	6	e_1, e_2, e_3
e_1	e_3	e_3	6	5	7	e_3
e_3	e_2	e_2	5	7	6	e_2
e_3	e_2	e_3	5	6	7	e_3
e_3	e_3	e_2	5	6	7	e_3
e_3	e_3	e_3	5	5	8	e_3

Listons toutes les possibilités un peu plus intelligemment

Nombre de matchs gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	5	5	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	0	1
e_2	-	-	4
e_3	-	-	-

Listons toutes les possibilités un peu plus intelligemment

Matches		Nombre de victoires			Qui gagne
e_1 vs e_3	e_2 vs e_3	e_1	e_2	e_3	
0-1	0-4	5	5	10	e_3
0-1	1-3	5	6	9	e_3
0-1	2-2	5	7	8	e_3
0-1	3-1	5	8	7	e_2
0-1	4-0	5	9	6	e_2
1-0	0-4	6	5	9	e_3
1-0	1-3	6	6	8	e_3
1-0	2-2	6	7	7	e_2, e_3
1-0	3-1	6	8	6	e_2
1-0	4-0	6	9	5	e_2

e_1 est éliminée mathématiquement

Listons toutes les possibilités un peu plus intelligemment

Nombre de lignes :

Listons toutes les possibilités un peu plus intelligemment

Nombre de lignes : la multiplication de $(1 + \text{nombre de matchs entre } e_i \text{ et } e_j)$ pour chaque paire d'équipe

Listons toutes les possibilités un peu plus intelligemment

Nombre de lignes : la multiplication de $(1 + \text{nombre de matchs entre } e_i \text{ et } e_j)$ pour chaque paire d'équipe

$1 + \text{Nombre de matchs entre } e_i \text{ et } e_j \leq 20$

Listons toutes les possibilités un peu plus intelligemment

Nombre de lignes : la multiplication de $(1 + \text{nombre de matchs entre } e_i \text{ et } e_j)$ pour chaque paire d'équipe

$1 + \text{Nombre de matchs entre } e_i \text{ et } e_j \leq 20$

Nombre de paire d'équipe ≤ 10

Listons toutes les possibilités un peu plus intelligemment

Nombre de lignes : la multiplication de $(1 + \text{nombre de matchs entre } e_i \text{ et } e_j)$ pour chaque paire d'équipe

$1 + \text{Nombre de matchs entre } e_i \text{ et } e_j \leq 20$

Nombre de paire d'équipe ≤ 10

\Rightarrow Nombre de lignes : 20^{10}

Nombre de lignes qu'on peut vérifier par seconde $\ll 10^9$

\Rightarrow Temps pris par l'algorithme : $20^{10}/10^9 \approx 10^5$ secondes
(environ 3h)

Listons toutes les possibilités un peu plus intelligemment

Nombre de lignes : la multiplication de $(1 + \text{nombre de matchs entre } e_i \text{ et } e_j)$ pour chaque paire d'équipe

$1 + \text{Nombre de matchs entre } e_i \text{ et } e_j \leq 20$

Nombre de paire d'équipe ≤ 10

\Rightarrow Nombre de lignes : 20^{10}

Nombre de lignes qu'on peut vérifier par seconde $\ll 10^9$

\Rightarrow Temps pris par l'algorithme : $20^{10}/10^9 \approx 10^5$ secondes
(environ 3h)

C'est très lent, mais plus réaliste.

Sommaire

Prise en main du problème

Résolution naïve du problème

Analyse mathématique du problème

Résolution du flot maximal

On peut supposer que e_1 n'a plus de matchs à jouer

Si, e_1 a encore une chance de gagner, alors e_1 a encore une chance de gagner si elle gagne tous ses matchs.

Mise en équation du problème

Mise en équation du problème : pourquoi

« La somme des prix de ce que j'achète dans un magasin est égal aux prix que je paye à la caisse »

Mise en équation du problème : pourquoi

« La somme des prix de ce que j'achète dans un magasin est égal aux prix que je paye à la caisse »

Quantités qu'on manipule :

Mise en équation du problème : pourquoi

« La somme des prix de ce que j'achète dans un magasin est égal aux prix que je paye à la caisse »

Quantités qu'on manipule :

- ▶ n : nombre d'objets que j'achète dans le magasin

Mise en équation du problème : pourquoi

« La somme des prix de ce que j'achète dans un magasin est égal aux prix que je paye à la caisse »

Quantités qu'on manipule :

- ▶ n : nombre d'objets que j'achète dans le magasin
- ▶ p_1, p_2, \dots, p_n : prix des objets que j'achète

Mise en équation du problème : pourquoi

« La somme des prix de ce que j'achète dans un magasin est égal aux prix que je paye à la caisse »

Quantités qu'on manipule :

- ▶ n : nombre d'objets que j'achète dans le magasin
- ▶ p_1, p_2, \dots, p_n : prix des objets que j'achète
- ▶ p : prix total payé à la caisse

Mise en équation du problème : pourquoi

« La somme des prix de ce que j'achète dans un magasin est égal aux prix que je paye à la caisse »

Quantités qu'on manipule :

- ▶ n : nombre d'objets que j'achète dans le magasin
- ▶ p_1, p_2, \dots, p_n : prix des objets que j'achète
- ▶ p : prix total payé à la caisse

L'équation : « $p = p_1 + p_2 + \dots + p_n$ »

Les variables qui décrivent le problème

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Matchs gagnés				

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1				
e_2				
e_3				
e_4				

Les variables qui décrivent le problème

- ▶ g_i : nombre de matchs déjà gagnés par e_i

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Matchs gagnés	g_1	g_2	g_3	g_4

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1				
e_2				
e_3				
e_4				

Les variables qui décrivent le problème

- ▶ g_i : nombre de matchs déjà gagnés par e_i

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Matchs gagnés	g_1	g_2	g_3	g_4

- ▶ $m_{i,j}$: nombre de matchs restants entre e_i et e_j

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	$m_{1,1}$	$m_{1,2}$	$m_{1,3}$	$m_{1,4}$
e_2	$m_{2,1}$	$m_{2,2}$	$m_{2,3}$	$m_{2,4}$
e_3	$m_{3,1}$	$m_{3,2}$	$m_{3,3}$	$m_{3,4}$
e_4	$m_{4,1}$	$m_{4,2}$	$m_{4,3}$	$m_{4,4}$

Les variables qui décrivent le problème

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Matchs gagnés	g_1	g_2	g_3	g_4

Que dire de $m_{i,j}$ et $m_{j,i}$?

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	$m_{1,1}$	$m_{1,2}$	$m_{1,3}$	$m_{1,4}$
e_2	$m_{2,1}$	$m_{2,2}$	$m_{2,3}$	$m_{2,4}$
e_3	$m_{3,1}$	$m_{3,2}$	$m_{3,3}$	$m_{3,4}$
e_4	$m_{4,1}$	$m_{4,2}$	$m_{4,3}$	$m_{4,4}$

Les variables qui décrivent le problème

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Matchs gagnés	g_1	g_2	g_3	g_4

Que dire de $m_{i,j}$ et $m_{j,i}$?

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	$m_{1,1}$	$m_{1,2}$	$m_{1,3}$	$m_{1,4}$
e_2	$m_{2,1}$	$m_{2,2}$	$m_{2,3}$	$m_{2,4}$
e_3	$m_{3,1}$	$m_{3,2}$	$m_{3,3}$	$m_{3,4}$
e_4	$m_{4,1}$	$m_{4,2}$	$m_{4,3}$	$m_{4,4}$

On a $m_{i,j} = m_{j,i}$!

Les variables qui décrivent le problème

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Matchs gagnés	g_1	g_2	g_3	g_4

Que dire de $m_{i,j}$ et $m_{j,i}$?

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	$m_{1,1}$	$m_{1,2}$	$m_{1,3}$	$m_{1,4}$
e_2	-	$m_{2,2}$	$m_{2,3}$	$m_{2,4}$
e_3	-	-	$m_{3,3}$	$m_{3,4}$
e_4	-	-	-	$m_{4,4}$

On a $m_{i,j} = m_{j,i}$!

Les variables qui décrivent le problème

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Matchs gagnés	g_1	g_2	g_3	g_4

Que dire de $m_{i,j}$?

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	$m_{1,1}$	$m_{1,2}$	$m_{1,3}$	$m_{1,4}$
e_2	-	$m_{2,2}$	$m_{2,3}$	$m_{2,4}$
e_3	-	-	$m_{3,3}$	$m_{3,4}$
e_4	-	-	-	$m_{4,4}$

Les variables qui décrivent le problème

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Matchs gagnés	g_1	g_2	g_3	g_4

Que dire de $m_{i,j}$?

On a $m_{i,j} = 0$!

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	$m_{1,1}$	$m_{1,2}$	$m_{1,3}$	$m_{1,4}$
e_2	-	$m_{2,2}$	$m_{2,3}$	$m_{2,4}$
e_3	-	-	$m_{3,3}$	$m_{3,4}$
e_4	-	-	-	$m_{4,4}$

Les variables qui décrivent le problème

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Matchs gagnés	g_1	g_2	g_3	g_4

Que dire de $m_{i,j}$?

On a $m_{i,i} = 0$!

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	0	$m_{1,2}$	$m_{1,3}$	$m_{1,4}$
e_2	-	0	$m_{2,3}$	$m_{2,4}$
e_3	-	-	0	$m_{3,4}$
e_4	-	-	-	0

Les variables qui décrivent le problème

Que dire de $m_{1,j}$?

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Matchs gagnés	g_1	g_2	g_3	g_4

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	0	$m_{1,2}$	$m_{1,3}$	$m_{1,4}$
e_2	-	0	$m_{2,3}$	$m_{2,4}$
e_3	-	-	0	$m_{3,4}$
e_4	-	-	-	0

Les variables qui décrivent le problème

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Matchs gagnés	g_1	g_2	g_3	g_4

Que dire de $m_{1,j}$?

On a $m_{1,j} = 0$!

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	0	$m_{1,2}$	$m_{1,3}$	$m_{1,4}$
e_2	-	0	$m_{2,3}$	$m_{2,4}$
e_3	-	-	0	$m_{3,4}$
e_4	-	-	-	0

Les variables qui décrivent le problème

Que dire de $m_{1,j}$?

On a $m_{1,j} = 0$!

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Matchs gagnés	g_1	g_2	g_3	g_4

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	0	0	0	0
e_2	-	0	$m_{2,3}$	$m_{2,4}$
e_3	-	-	0	$m_{3,4}$
e_4	-	-	-	0

Les variables qui décrivent le problème

Que dire si pour une équipe e_j , $g_j > g_1$?

Les variables qui décrivent le problème

Que dire si pour une équipe e_j , $g_j > g_1$?

Alors e_1 est éliminée mathématiquement !

Les variables qui décrivent le problème

Que dire si pour une équipe e_i , $g_i > g_1$?

Alors e_1 est éliminée mathématiquement !

Dans la suite, on suppose donc que pour toute équipe e_i , $g_i \leq g_1$

- ▶ $v_{i,j}$: le nombre de matchs que e_i a gagné contre e_j

- ▶ $v_{i,j}$: le nombre de matchs que e_i a gagné contre e_j

Que peut-on dire sur les $v_{i,j}$ quand on est à la fin des poules, et que tous les matchs ont été joués ?

- ▶ $v_{i,j}$: le nombre de matchs que e_i a gagné contre e_j

Que peut-on dire sur les $v_{i,j}$ quand on est à la fin des poules, et que tous les matchs ont été joués ?

On a l'équation $v_{i,j} + v_{j,i} = m_{i,j}$

- ▶ $v_{i,j}$: le nombre de matchs que e_i a gagné contre e_j

Comment écrire le fait que à la fin de poules, e_i a moins de points que e_1 ?

- ▶ $v_{i,j}$: le nombre de matchs que e_i a gagné contre e_j

Comment écrire le fait que à la fin de poules, e_i a moins de points que e_1 ?

$$g_i + v_{i,2} + v_{i,3} + \dots + v_{i,n} \leq g_1$$

- ▶ $v_{i,j}$: le nombre de matchs que e_i a gagné contre e_j

Comment écrire le fait que à la fin de poules, e_i a moins de points que e_1 ?

$$g_i + v_{i,2} + v_{i,3} + \cdots + v_{i,n} \leq g_1$$

c'est à dire

$$v_{i,2} + v_{i,3} + \cdots + v_{i,n} \leq g_1 - g_i$$

Les données :

- ▶ g_i : nombre de matchs déjà gagnés par e_i
- ▶ $m_{i,j}$: nombre de matchs restants entre e_i et e_j

Résumé

Les données :

- ▶ g_i : nombre de matchs déjà gagnés par e_i
- ▶ $m_{i,j}$: nombre de matchs restants entre e_i et e_j

Les inconnues :

- ▶ $v_{i,j}$: le nombre de matchs que e_i a gagné contre e_j

Résumé

Les données :

- ▶ g_i : nombre de matchs déjà gagnés par e_i
- ▶ $m_{i,j}$: nombre de matchs restants entre e_i et e_j

Les inconnues :

- ▶ $v_{i,j}$: le nombre de matchs que e_i a gagné contre e_j

Les équations sur les données :

- ▶ $m_{i,j} = m_{j,i}$
- ▶ $m_{1,i} = m_{i,1} = 0$
- ▶ $g_i \leq g_1$

Résumé

Les données :

- ▶ g_i : nombre de matchs déjà gagnés par e_i
- ▶ $m_{i,j}$: nombre de matchs restants entre e_i et e_j

Les inconnues :

- ▶ $v_{i,j}$: le nombre de matchs que e_i a gagné contre e_j

Les équations sur les données :

- ▶ $m_{i,j} = m_{j,i}$
- ▶ $m_{1,i} = m_{i,1} = 0$
- ▶ $g_i \leq g_1$

Les équations qu'on veut satisfaire avec les inconnues :

- ▶ $v_{i,j} + v_{j,i} = m_{i,j}$
- ▶ $v_{i,2} + v_{i,3} + \dots + v_{i,n} \leq g_1 - g_i$

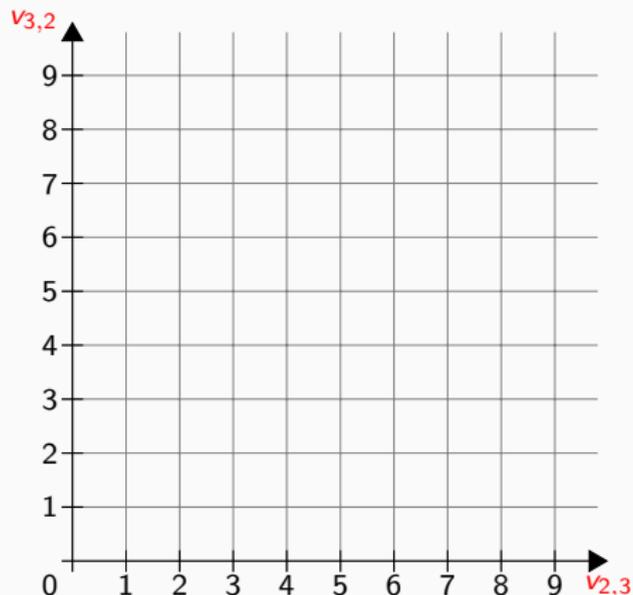
Dessignons les équations

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	10	7	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	0	0
e_2	-	-	6
e_3	-	-	-



Dessignons les équations

Nombre de matchs déjà gagnés :

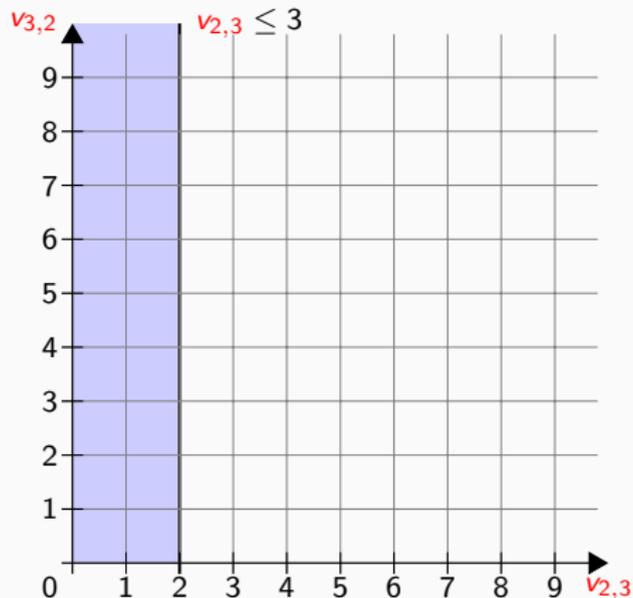
Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	10	7	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	0	0
e_2	-	-	6
e_3	-	-	-

Équations :

► $v_{2,3} \leq 10 - 7$



Dessignons les équations

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	10	7	5

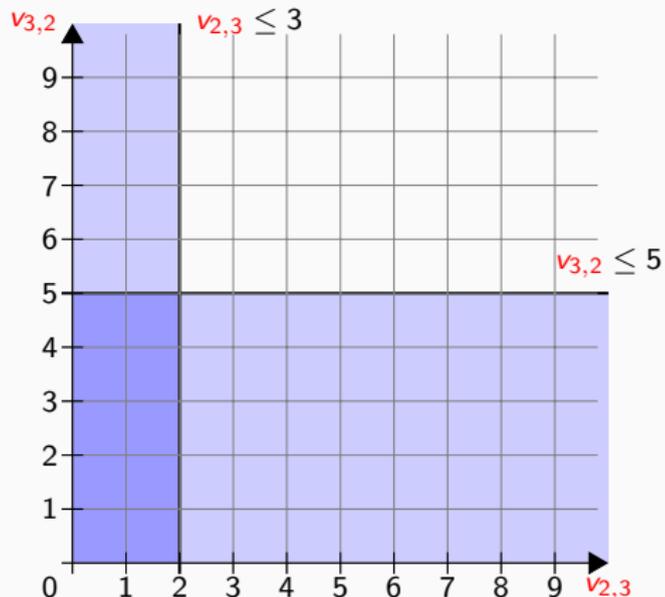
Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	0	0
e_2	-	-	6
e_3	-	-	-

Équations :

▶ $v_{2,3} \leq 10 - 7$

▶ $v_{3,2} \leq 10 - 5$



Dessignons les équations

Nombre de matchs déjà gagnés :

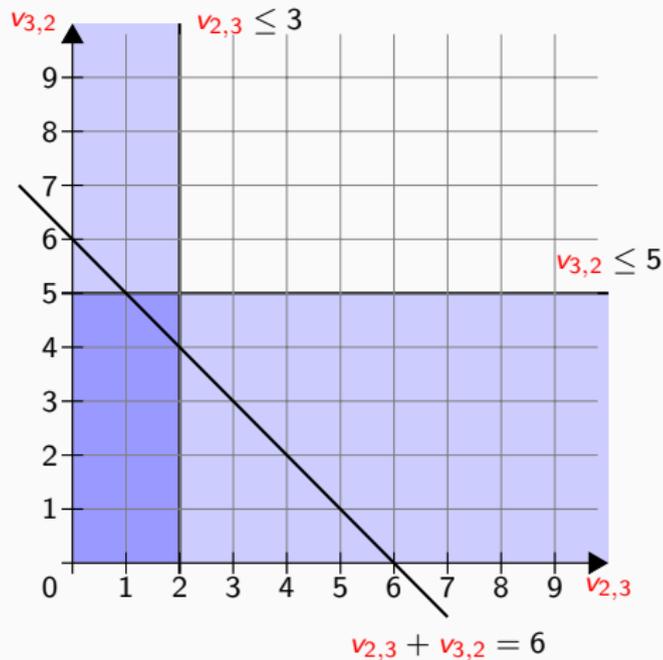
Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	10	7	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	0	0
e_2	-	-	6
e_3	-	-	-

Équations :

- ▶ $v_{2,3} \leq 10 - 7$
- ▶ $v_{3,2} \leq 10 - 5$
- ▶ $v_{2,3} + v_{3,2} = 6$



Dessignons les équations

Nombre de matchs déjà gagnés :

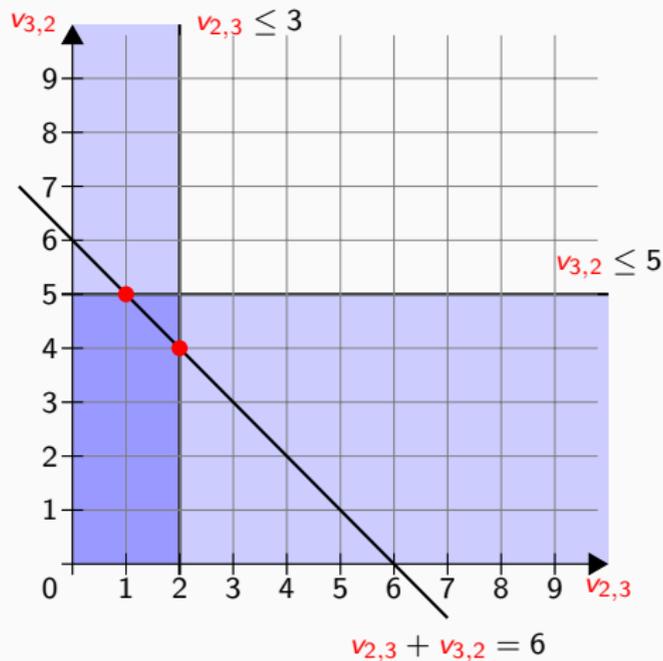
Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	10	7	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	0	0
e_2	-	-	6
e_3	-	-	-

Équations :

- ▶ $v_{2,3} \leq 10 - 7$
- ▶ $v_{3,2} \leq 10 - 5$
- ▶ $v_{2,3} + v_{3,2} = 6$



Dessignons les équations

Nombre de matchs déjà gagnés :

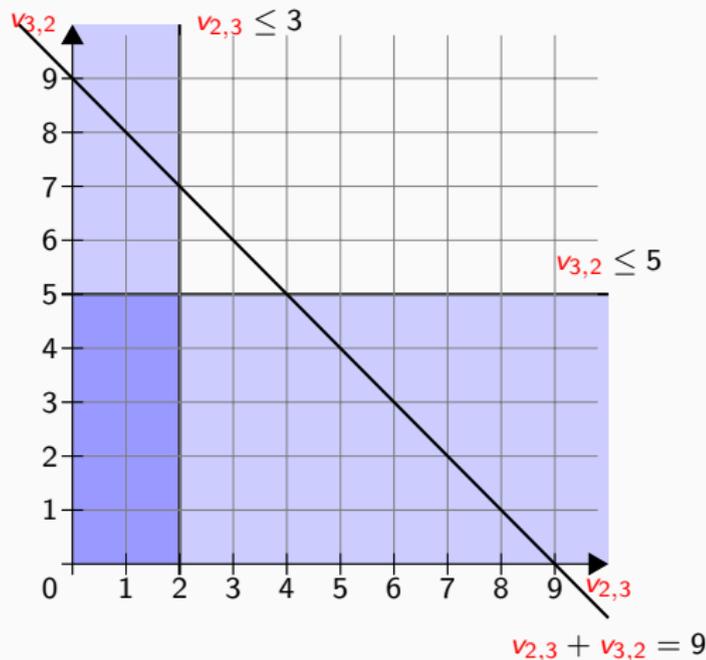
Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	10	7	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	0	0
e_2	-	-	9
e_3	-	-	-

Équations :

- ▶ $v_{2,3} \leq 10 - 7$
- ▶ $v_{3,2} \leq 10 - 5$
- ▶ $v_{2,3} + v_{3,2} = 9$



Dessignons les équations

Nombre de matchs déjà gagnés :

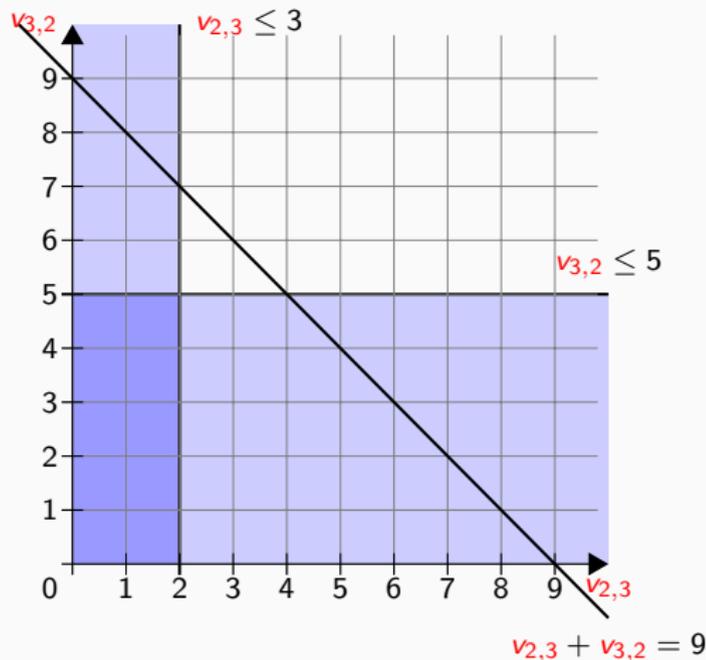
Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	10	7	5

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	0	0
e_2	-	-	9
e_3	-	-	-

Équations :

- ▶ $v_{2,3} \leq 10 - 7$
- ▶ $v_{3,2} \leq 10 - 5$
- ▶ $v_{2,3} + v_{3,2} = 9$



C'est un problème de résolution de contraintes

Dessignons les équations

Maximisation sous contraintes :

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	10	7	5

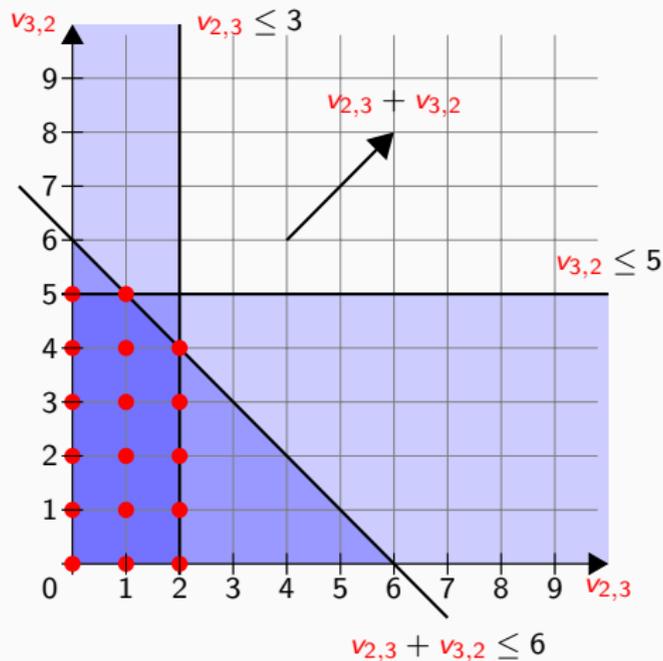
Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	0	0
e_2	-	-	6
e_3	-	-	-

Équations :

- ▶ $v_{2,3} \leq 10 - 7$
- ▶ $v_{3,2} \leq 10 - 5$
- ▶ $v_{2,3} + v_{3,2} \leq 6$

Maximisation : $v_{2,3} + v_{3,2}$



Dessignons les équations

Maximisation sous contraintes :

Nombre de matchs déjà gagnés :

Équipe	e_1	e_2	e_3
Matchs gagnés	10	7	5

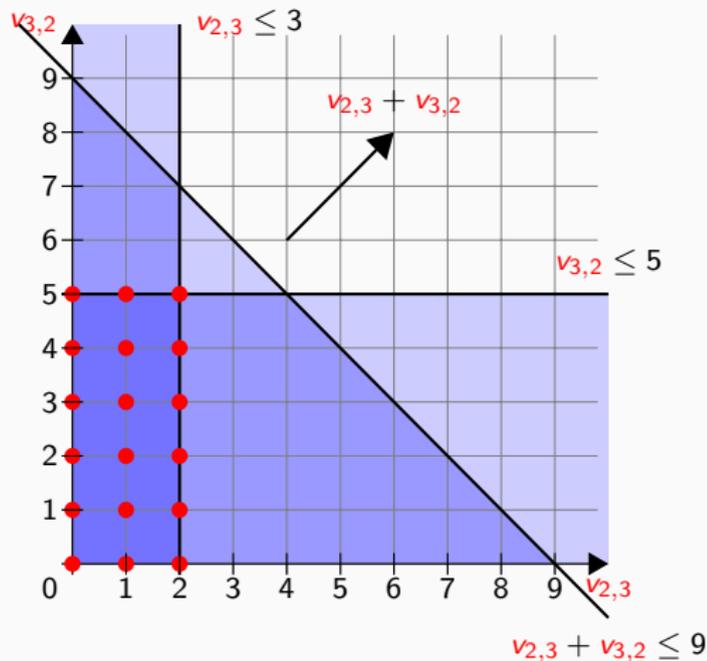
Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3
e_1	-	0	0
e_2	-	-	9
e_3	-	-	-

Équations :

- ▶ $v_{2,3} \leq 10 - 7$
- ▶ $v_{3,2} \leq 10 - 5$
- ▶ $v_{2,3} + v_{3,2} \leq 9$

Maximisation : $v_{2,3} + v_{3,2}$



Changement d'équations

On change l'équation $v_{i,j} + v_{j,i} = m_{i,j}$ en $v_{i,j} + v_{j,i} \leq m_{i,j}$

Changement d'équations

On change l'équation $v_{i,j} + v_{j,i} = m_{i,j}$ en $v_{i,j} + v_{j,i} \leq m_{i,j}$

On rajoute l'objectif de maximiser la somme des $v_{i,j} + v_{j,i}$

Changement d'équations

On change l'équation $v_{i,j} + v_{j,i} = m_{i,j}$ en $v_{i,j} + v_{j,i} \leq m_{i,j}$

On rajoute l'objectif de maximiser la somme des $v_{i,j} + v_{j,i}$

Par exemple, avec 4 équipes, on maximise :

$$\underbrace{v_{2,3} + v_{3,2}}_{\leq m_{2,3}} + \underbrace{v_{2,4} + v_{4,2}}_{\leq m_{2,4}} + \underbrace{v_{3,4} + v_{4,3}}_{\leq m_{3,4}} \leq m_{2,3} + m_{2,4} + m_{3,4}$$

Les données :

- ▶ g_i : nombre de matchs déjà gagnés par e_i
- ▶ $m_{i,j}$: nombre de matchs restants entre e_i et e_j

Résumé

Les données :

- ▶ g_i : nombre de matchs déjà gagnés par e_i
- ▶ $m_{i,j}$: nombre de matchs restants entre e_i et e_j

Les inconnues

- ▶ $v_{i,j}$: le nombre de matchs que e_i a gagné contre e_j

Résumé

Les données :

- ▶ g_i : nombre de matchs déjà gagnés par e_i
- ▶ $m_{i,j}$: nombre de matchs restants entre e_i et e_j

Les inconnues

- ▶ $v_{i,j}$: le nombre de matchs que e_i a gagné contre e_j

Les équations sur les données :

- ▶ $m_{i,j} = m_{j,i}$ et $m_{i,i} = 0$ et $m_{1,i} = 0$
- ▶ $g_i \leq g_1$

Résumé

Les données :

- ▶ g_i : nombre de matchs déjà gagnés par e_i
- ▶ $m_{i,j}$: nombre de matchs restants entre e_i et e_j

Les inconnues

- ▶ $v_{i,j}$: le nombre de matchs que e_i a gagné contre e_j

Les équations sur les données :

- ▶ $m_{i,j} = m_{j,i}$ et $m_{i,i} = 0$ et $m_{1,i} = 0$
- ▶ $g_i \leq g_1$

Les équations qu'on veut satisfaire avec les inconnues :

- ▶ $v_{i,j} + v_{j,i} \leq m_{i,j}$
- ▶ $v_{i,2} + v_{i,3} + \dots + v_{i,n} \leq g_1 - g_i$

Résumé

Les données :

- ▶ g_i : nombre de matchs déjà gagnés par e_i
- ▶ $m_{i,j}$: nombre de matchs restants entre e_i et e_j

Les inconnues

- ▶ $v_{i,j}$: le nombre de matchs que e_i a gagné contre e_j

Les équations sur les données :

- ▶ $m_{i,j} = m_{j,i}$ et $m_{i,i} = 0$ et $m_{1,i} = 0$
- ▶ $g_i \leq g_1$

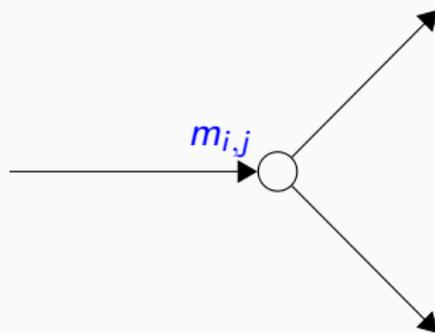
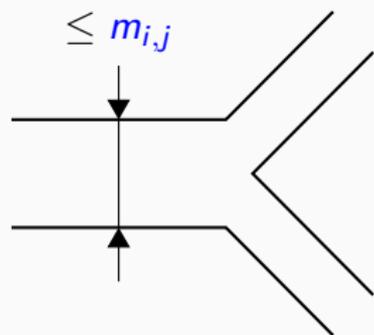
Les équations qu'on veut satisfaire avec les inconnues :

- ▶ $v_{i,j} + v_{j,i} \leq m_{i,j}$
- ▶ $v_{i,2} + v_{i,3} + \dots + v_{i,n} \leq g_1 - g_i$

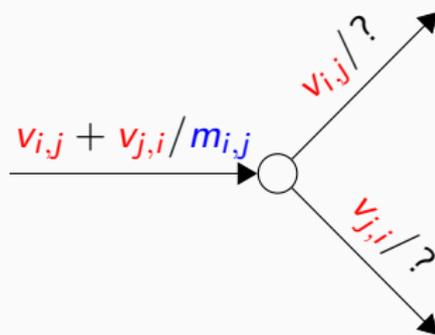
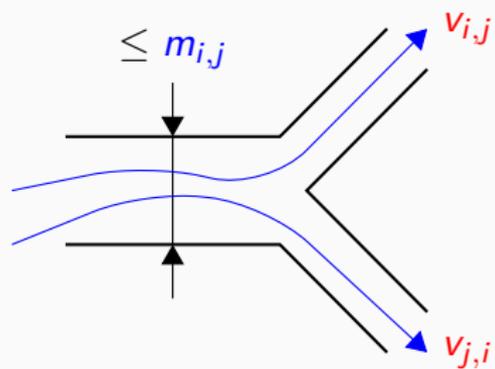
Ce qu'on cherche à maximiser :

- ▶ La somme des $v_{i,j} + v_{j,i}$

Des équations et des tuyaux

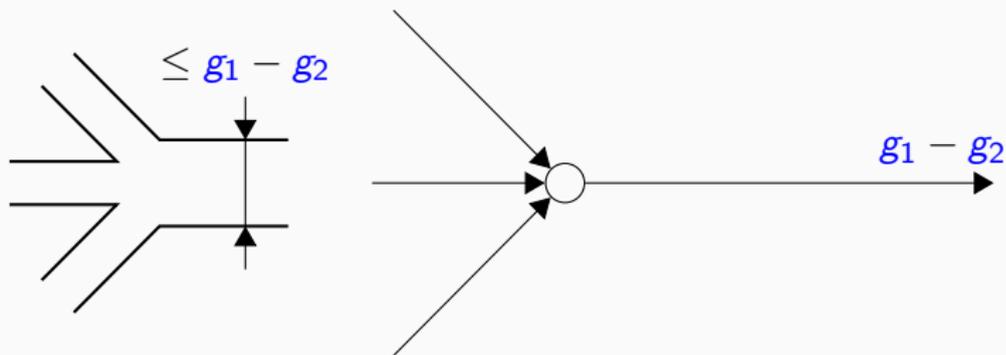


Des équations et des tuyaux

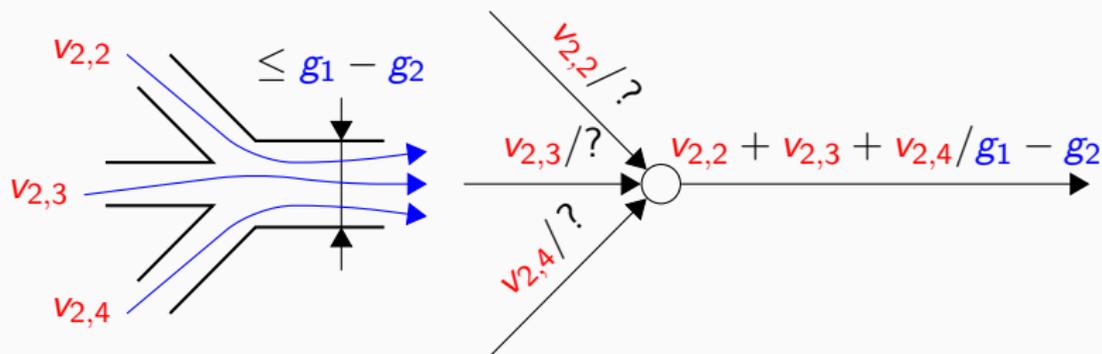


$$v_{i,j} + v_{j,i} \leq m_{i,j}$$

Des équations et des tuyaux

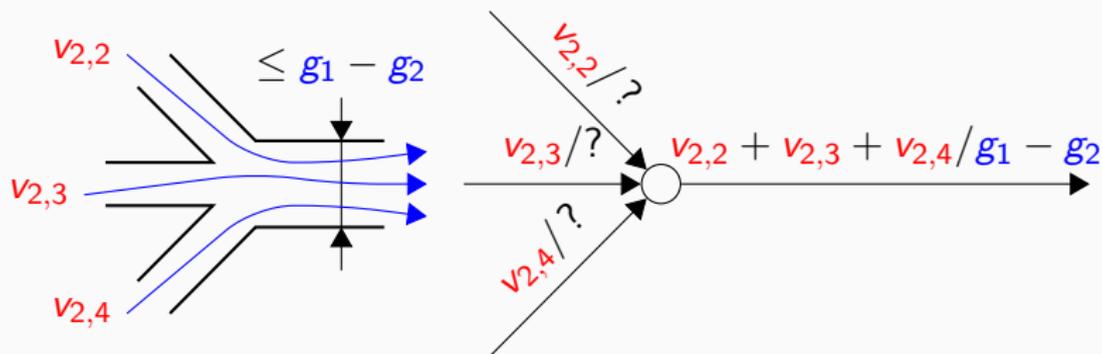


Des équations et des tuyaux



$$v_{2,2} + v_{2,3} + v_{2,4} \leq g_1 - g_2$$

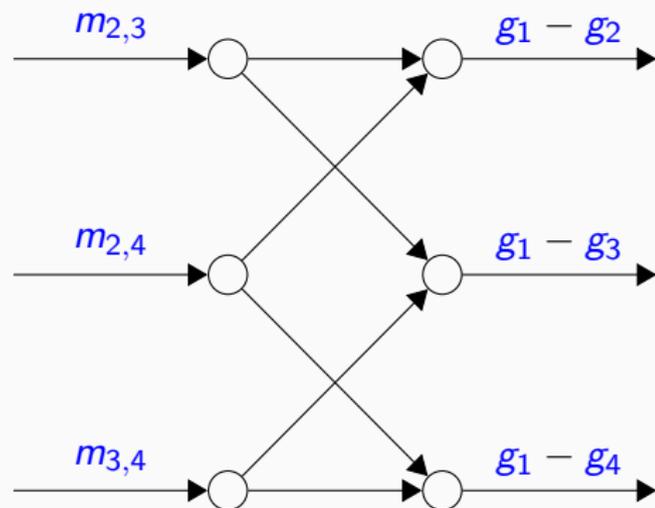
Des équations et des tuyaux



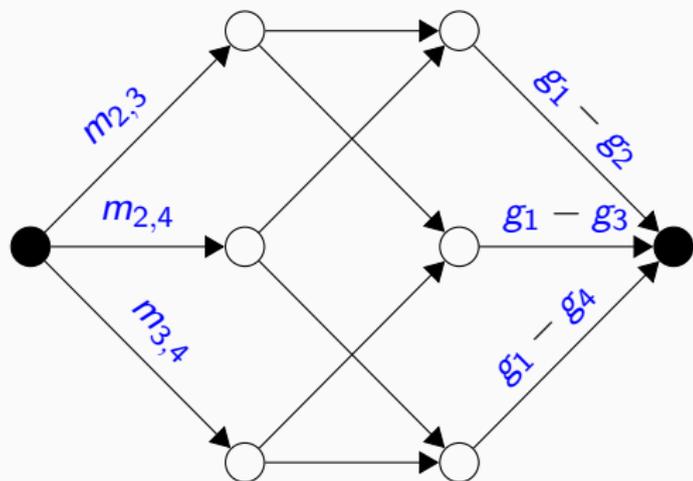
$$v_{2,2} + v_{2,3} + v_{2,4} \leq g_1 - g_2$$

$$v_{i,2} + v_{i,3} + \dots + v_{i,n} \leq g_1 - g_i$$

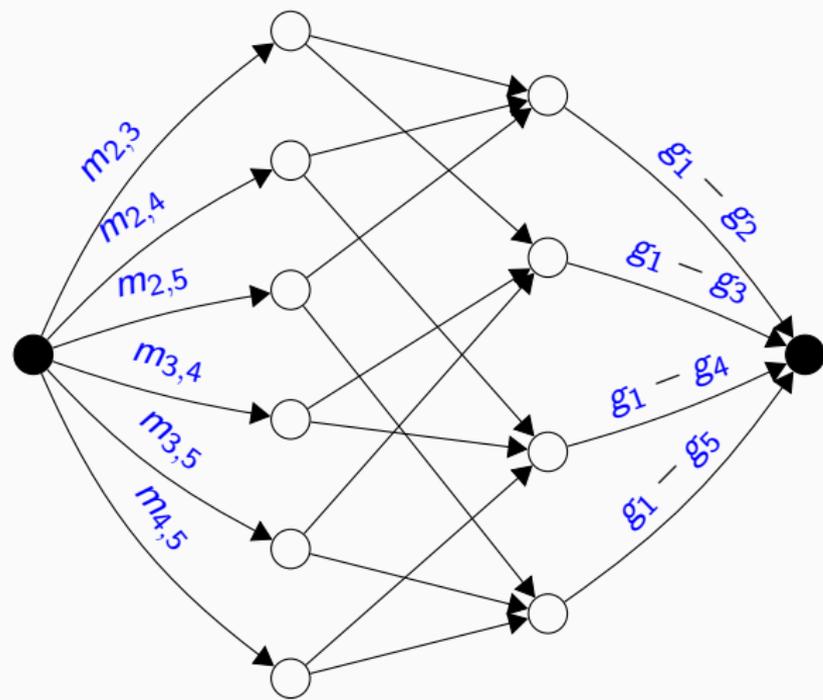
Des exemples de graphe



Des exemples de graphe



Des exemples de graphe



Sommaire

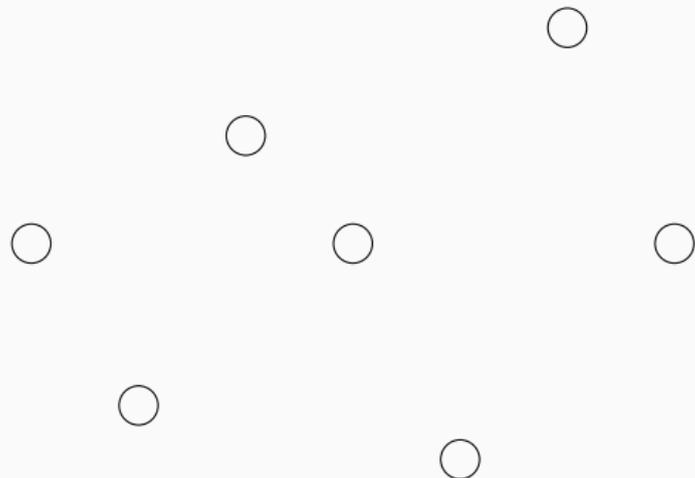
Prise en main du problème

Résolution naïve du problème

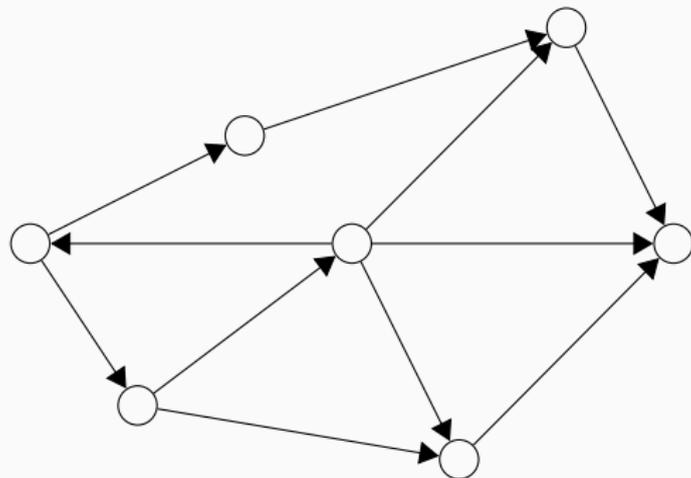
Analyse mathématique du problème

Résolution du flot maximal

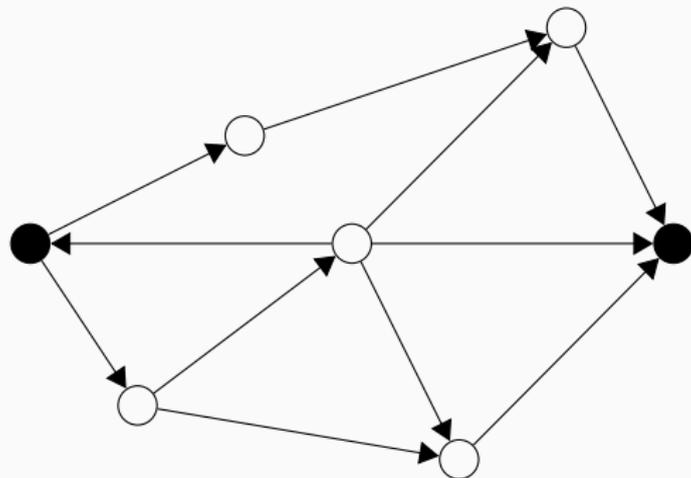
Flot maximal



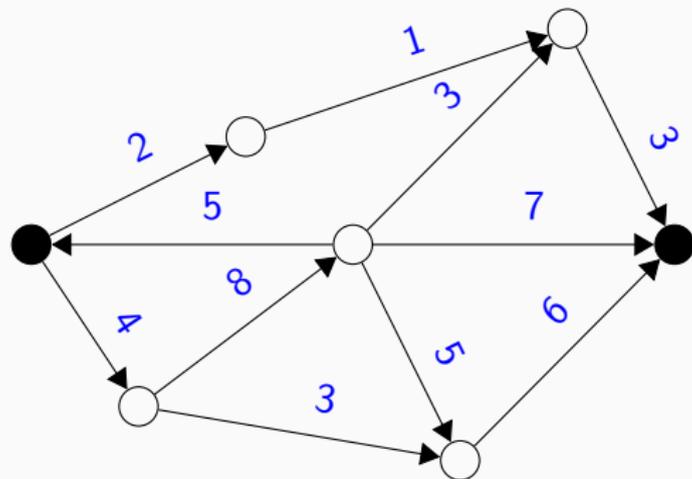
Flot maximal



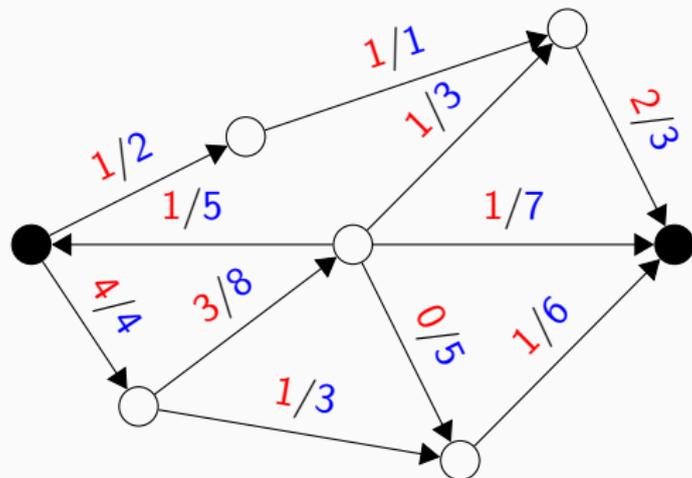
Flot maximal



Flot maximal

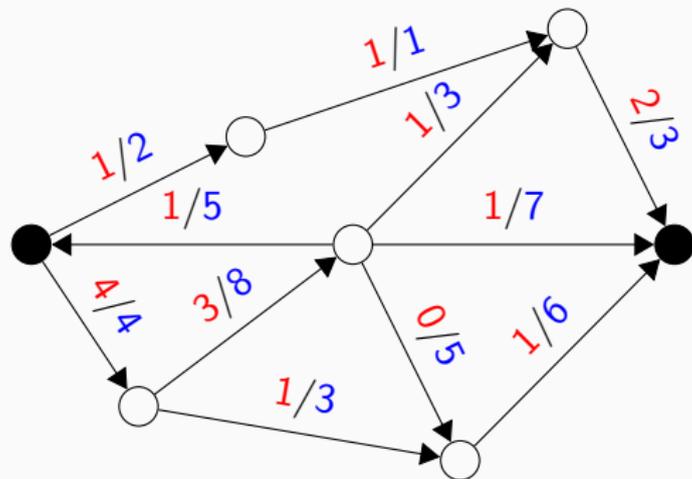


Flot maximal



Flot maximal

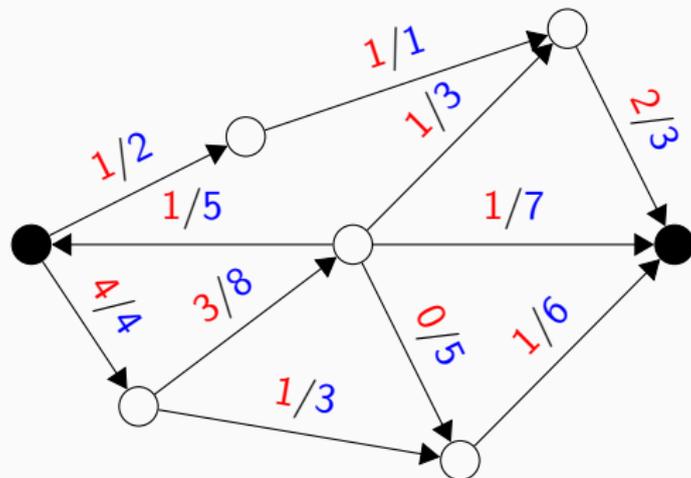
Contraintes sur le flot :



Flot maximal

Contraintes sur le flot :

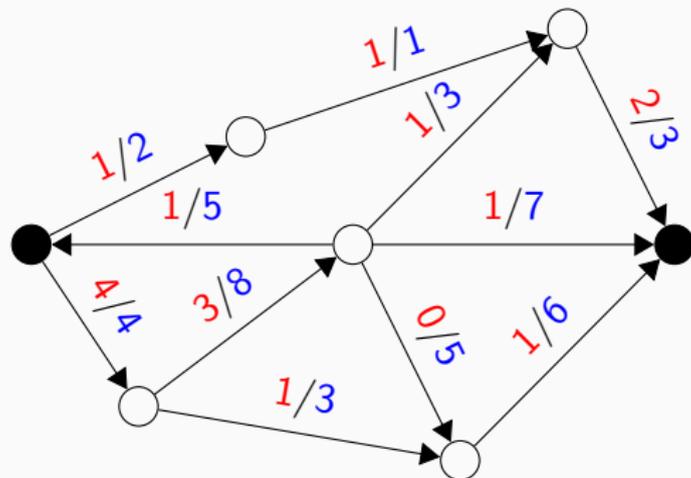
- ▶ Débits entiers



Flot maximal

Contraintes sur le flot :

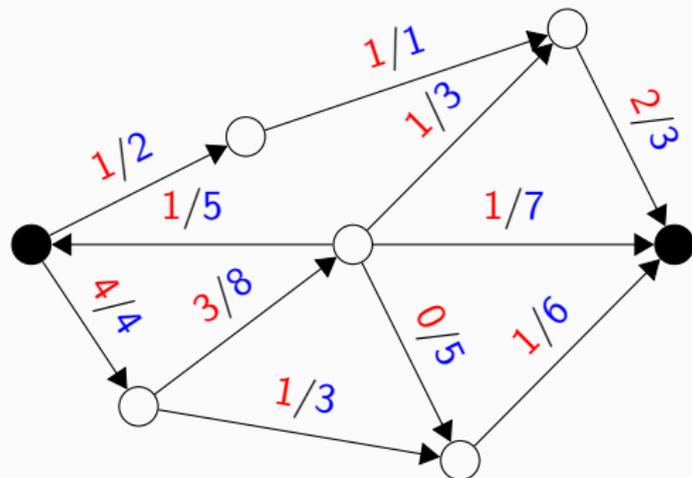
- ▶ Débits entiers
- ▶ Débits \leq capacité



Flot maximal

Contraintes sur le flot :

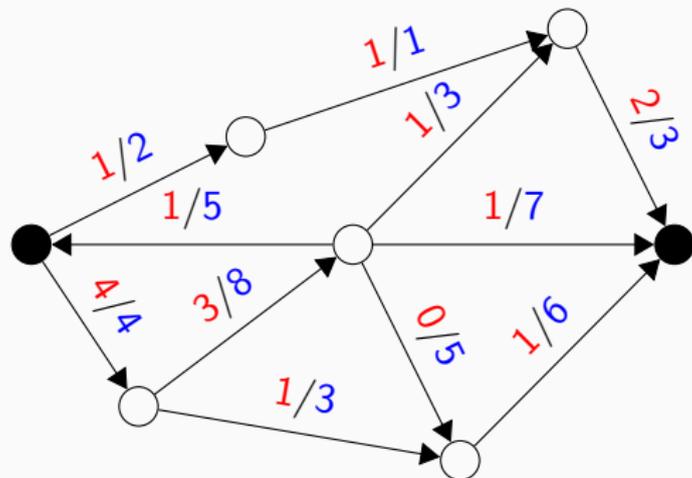
- ▶ Débits entiers
- ▶ Débits \leq capacité
- ▶ Débit entrant = débit sortant



Flot maximal

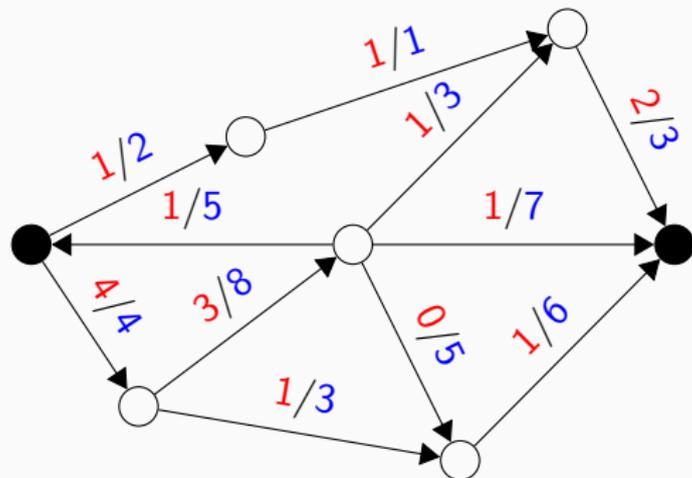
Contraintes sur le flot :

- ▶ Débits entiers
- ▶ Débits \leq capacité
- ▶ Débit entrant = débit sortant



Valeur du flot :

Flot maximal



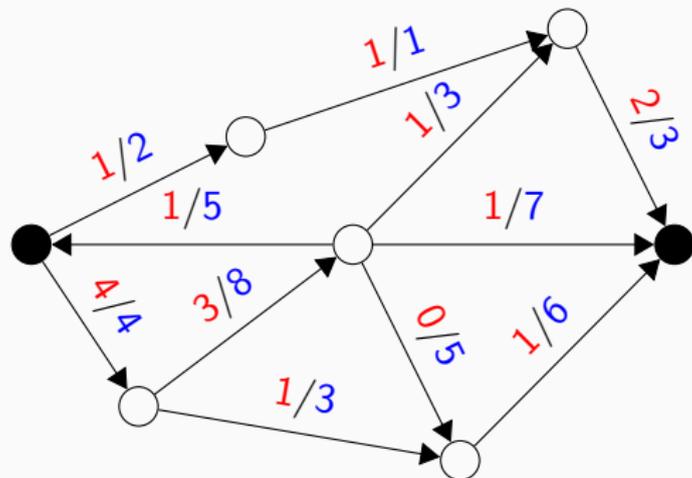
Contraintes sur le flot :

- ▶ Débits entiers
- ▶ Débits \leq capacité
- ▶ Débit entrant = débit sortant

Valeur du flot :

- ▶ À la source : débit sortant - débit entrant

Flot maximal



Contraintes sur le flot :

- ▶ Débits entiers
- ▶ Débits \leq capacité
- ▶ Débit entrant = débit sortant

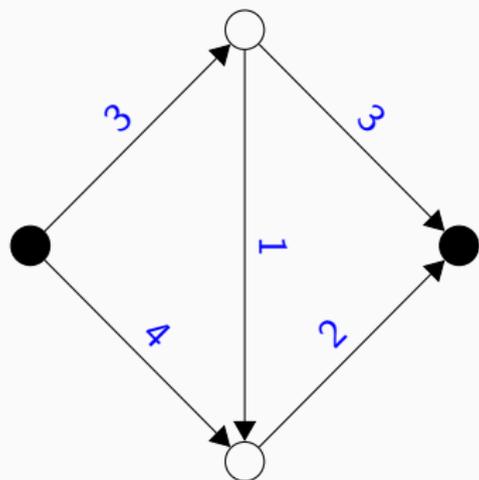
Valeur du flot :

- ▶ À la source :
débit sortant -
débit entrant

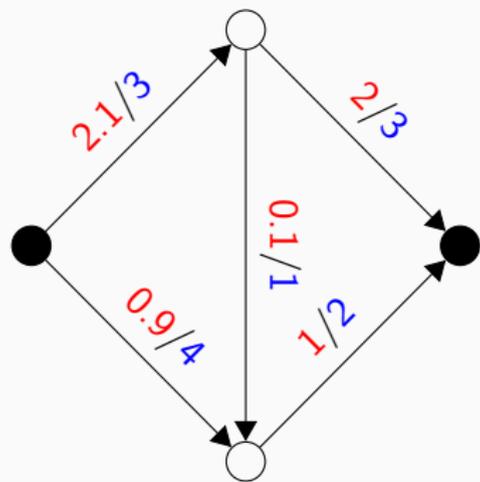
But :

- ▶ Trouver un flot de
valeur maximale

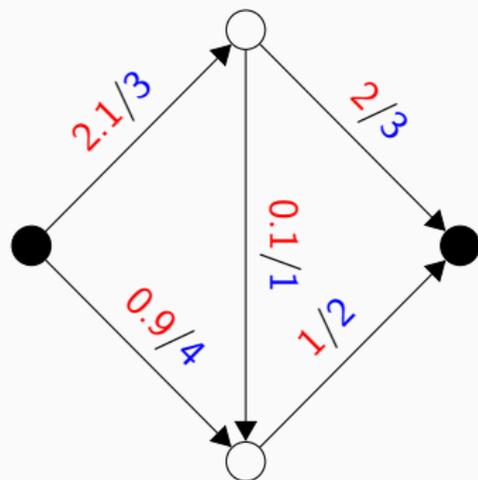
Des flots corrects ?



Des flots corrects ?

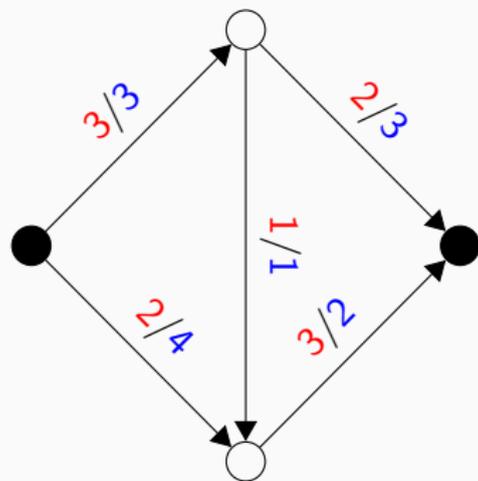


Des flots corrects ?

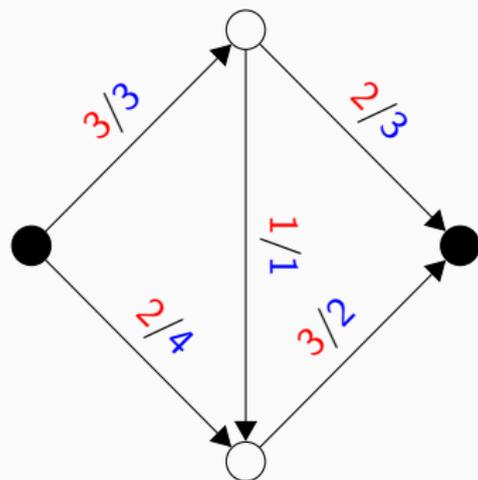


Incorrect :
débits entiers

Des flots corrects ?

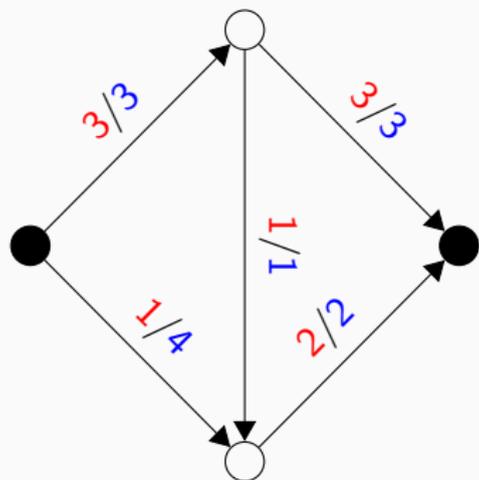


Des flots corrects ?

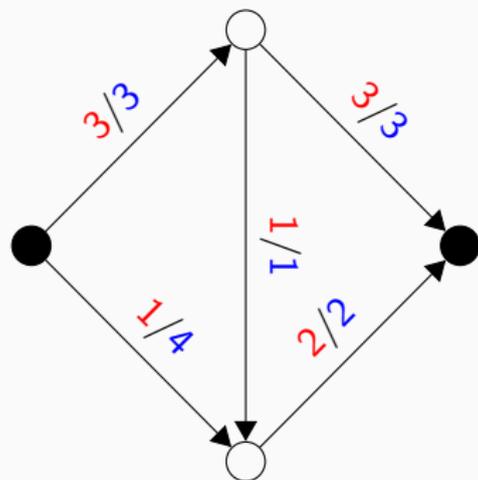


Incorrect :
débit \leq capacité

Des flots corrects ?

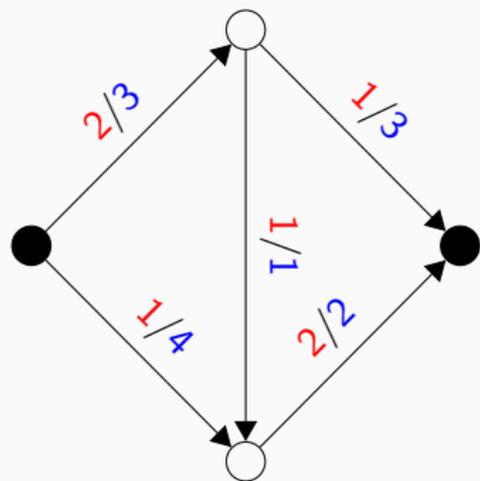


Des flots corrects ?

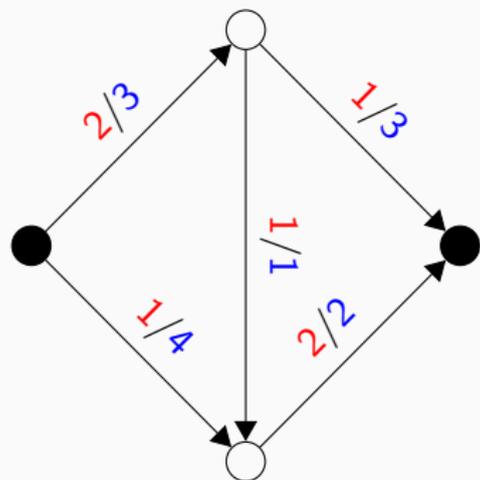


Incorrect :
débit entrant = débit sortant

Des flots corrects ?

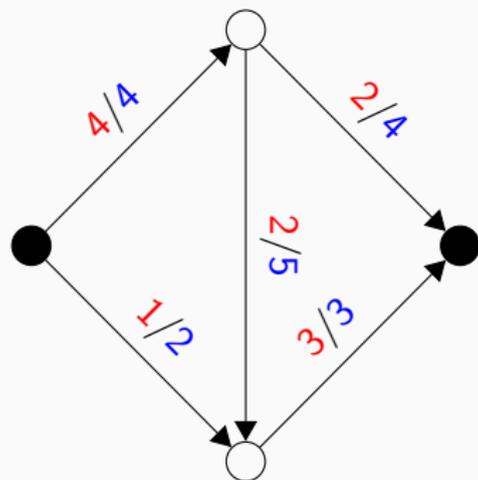


Des flots corrects ?



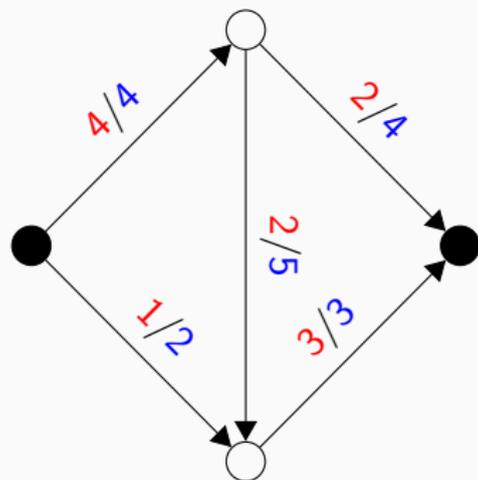
Correct !

Des exemples de flots



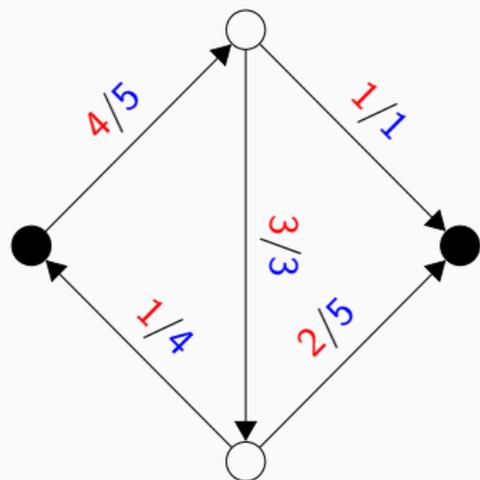
Valeur du flot :

Des exemples de flots



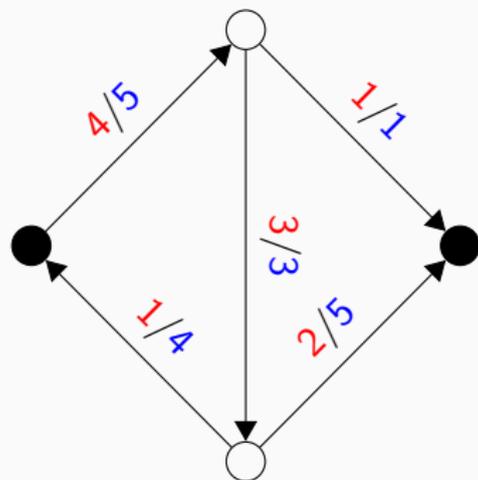
Valeur du flot : $4 + 1 = 5$

Des exemples de flots



Valeur du flot :

Des exemples de flots



Valeur du flot : $4 - 1 = 3$

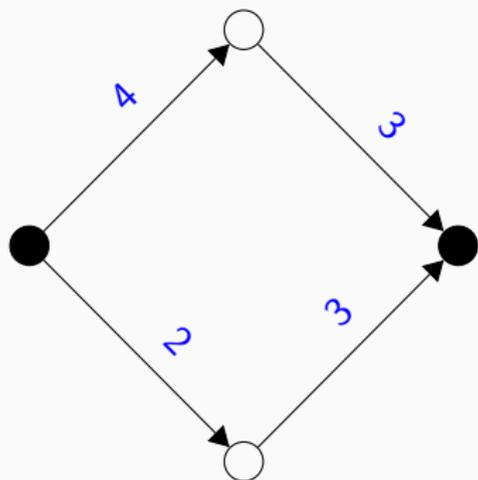
Quelques flots maximaux



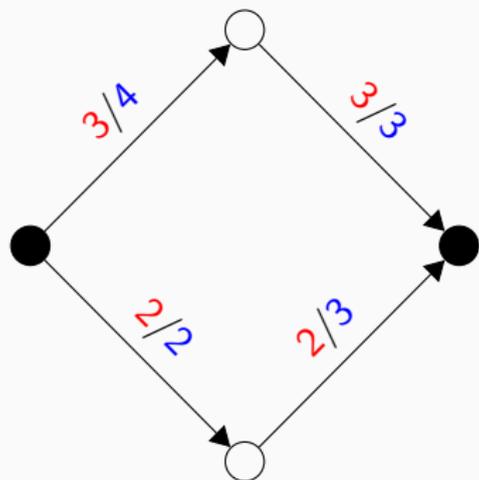
Quelques flots maximaux



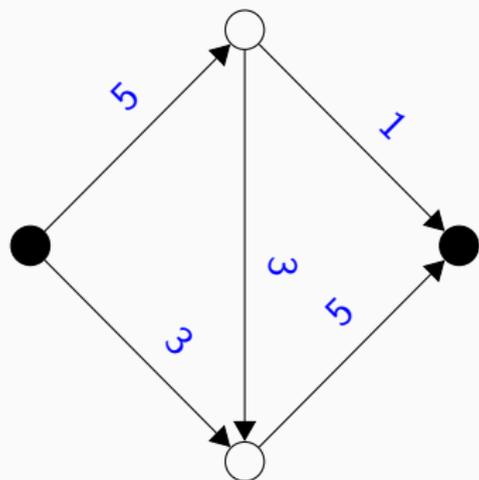
Quelques flots maximaux



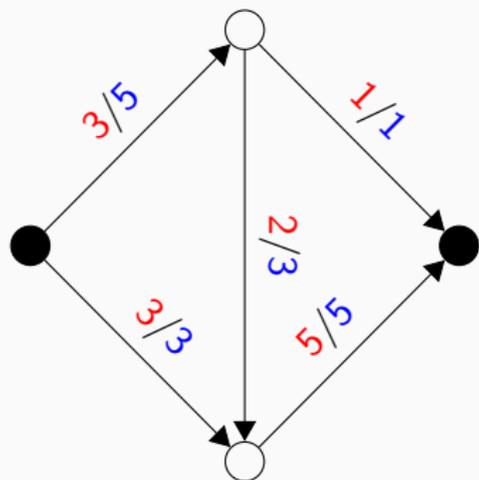
Quelques flots maximaux



Quelques flots maximaux



Quelques flots maximaux



Comment augmenter le flot



Comment augmenter le flot



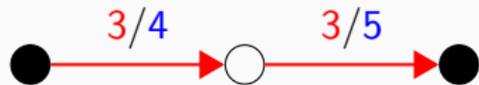
Comment augmenter le flot



Comment augmenter le flot



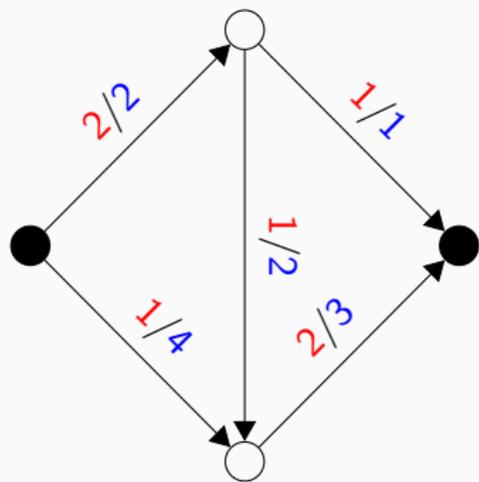
Comment augmenter le flot



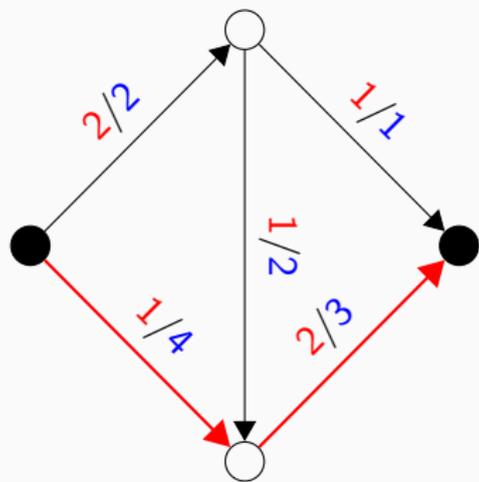
Comment augmenter le flot



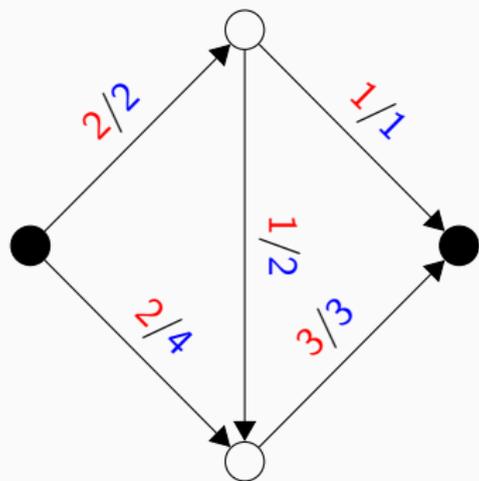
Comment augmenter le flot



Comment augmenter le flot

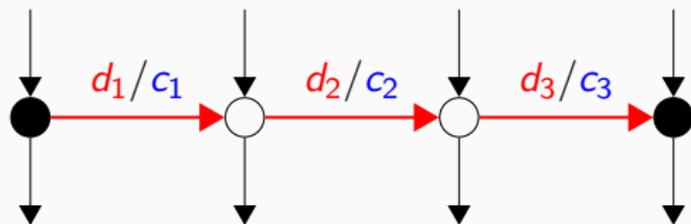


Comment augmenter le flot



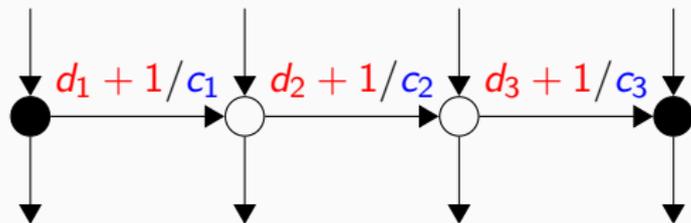
Notion de chemin augmentant

S'il existe un chemin de la source au puits passant par des tuyaux vérifiant débit < capacité, alors on peut augmenter le flot



Notion de chemin augmentant

S'il existe un chemin de la source au puits passant par des tuyaux vérifiant débit < capacité, alors on peut augmenter le flot



Pourquoi ça reste un flot valide ?

Pourquoi ça reste un flot valide ?

- ▶ Débits entiers positifs : ok

Pourquoi ça reste un flot valide ?

- ▶ Débits entiers positifs : ok
- ▶ Débits \leq capacités : ok

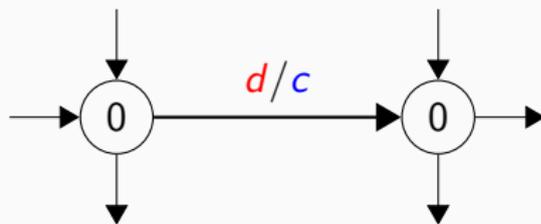
Pourquoi ça reste un flot valide ?

- ▶ Débits entiers positifs : ok
- ▶ Débits \leq capacités : ok
- ▶ Débit entrant = débit sortant ?

Notion de chemin augmentant

Pourquoi ça reste un flot valide ?

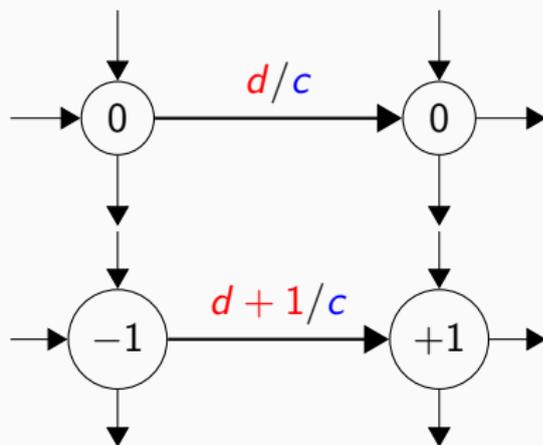
- ▶ Débits entiers positifs : ok
- ▶ Débits \leq capacités : ok
- ▶ Débit entrant = débit sortant ?



Notion de chemin augmentant

Pourquoi ça reste un flot valide ?

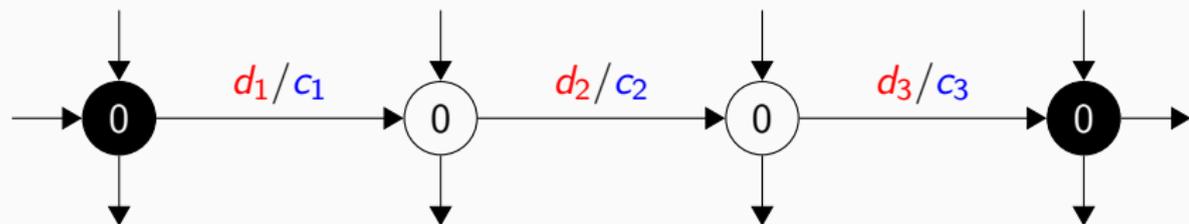
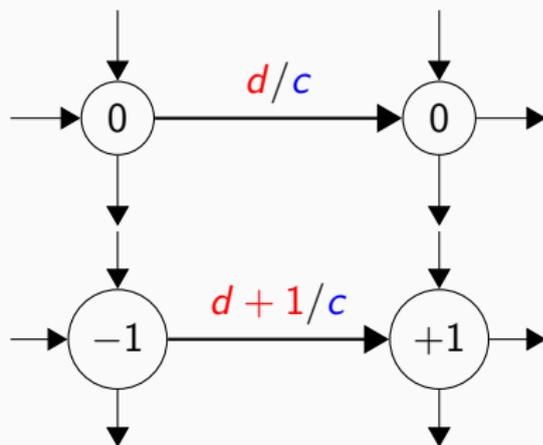
- ▶ Débits entiers positifs : ok
- ▶ Débits \leq capacités : ok
- ▶ Débit entrant = débit sortant ?



Notion de chemin augmentant

Pourquoi ça reste un flot valide ?

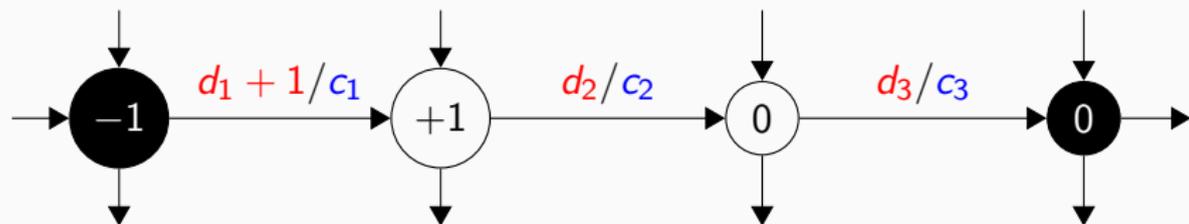
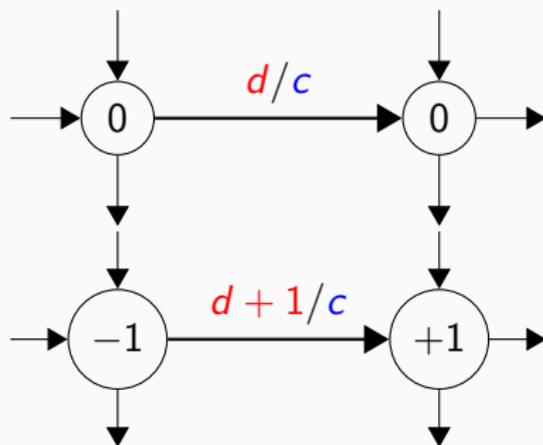
- ▶ Débits entiers positifs : ok
- ▶ Débits \leq capacités : ok
- ▶ Débit entrant = débit sortant ?



Notion de chemin augmentant

Pourquoi ça reste un flot valide ?

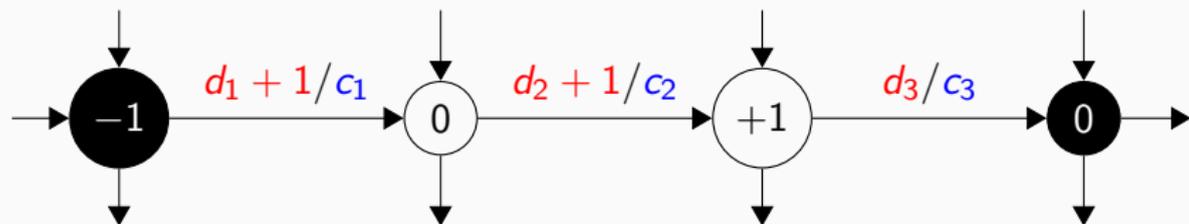
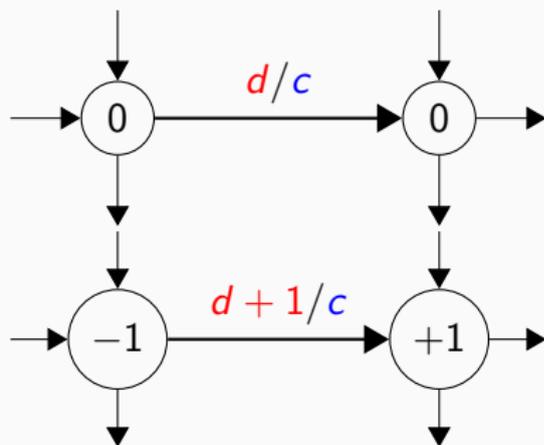
- ▶ Débits entiers positifs : ok
- ▶ Débits \leq capacités : ok
- ▶ Débit entrant = débit sortant ?



Notion de chemin augmentant

Pourquoi ça reste un flot valide ?

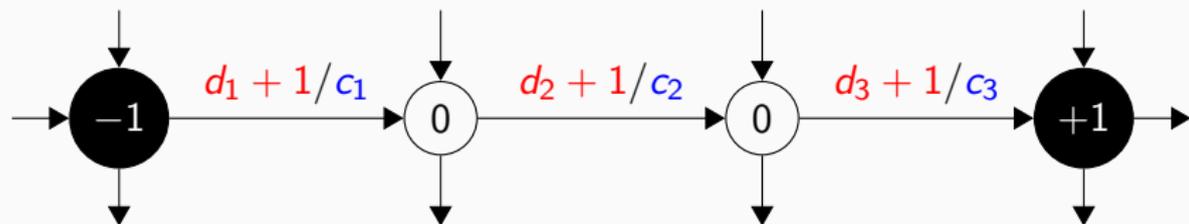
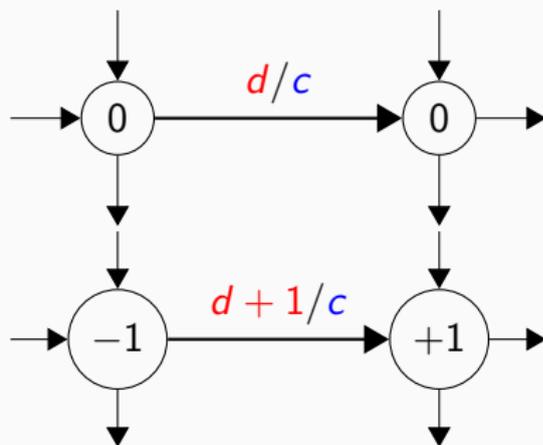
- ▶ Débits entiers positifs : ok
- ▶ Débits \leq capacités : ok
- ▶ Débit entrant = débit sortant ?



Notion de chemin augmentant

Pourquoi ça reste un flot valide ?

- ▶ Débits entiers positifs : ok
- ▶ Débits \leq capacités : ok
- ▶ Débit entrant = débit sortant ?



Un début d'algorithme pour trouver le flot maximal

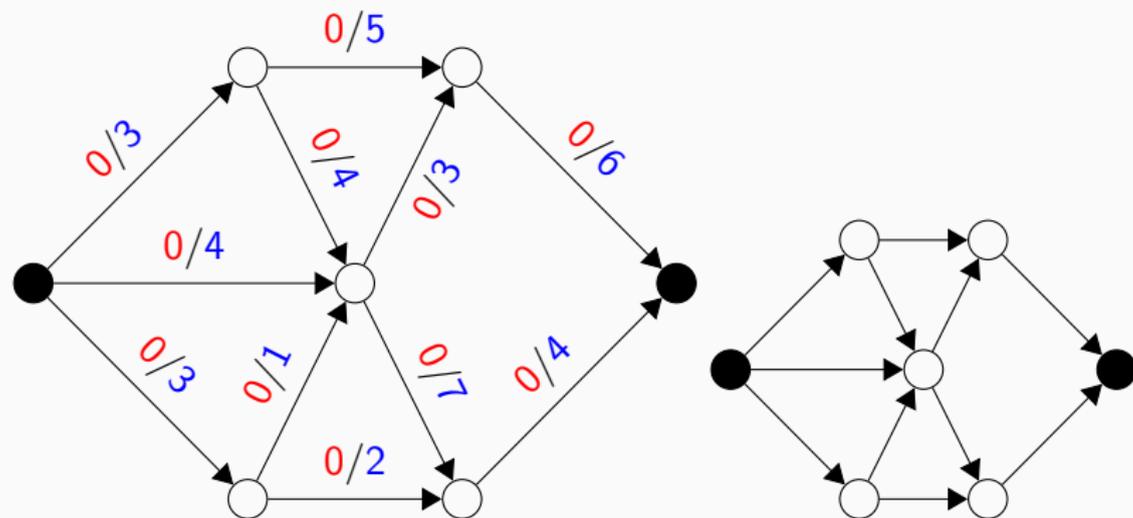
Un début d'algorithme pour trouver le flot maximal

- ▶ On part d'un flot nul

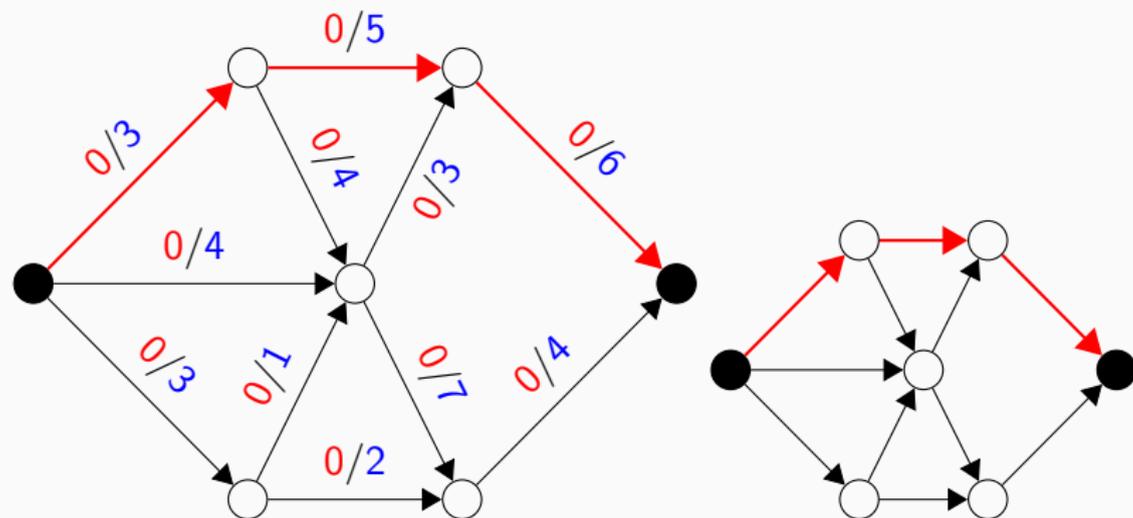
Un début d'algorithme pour trouver le flot maximal

- ▶ On part d'un flot nul
- ▶ Tant qu'on peut augmenter le flot avec un chemin augmentant, on l'augmente

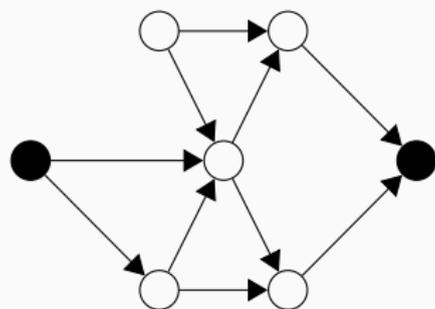
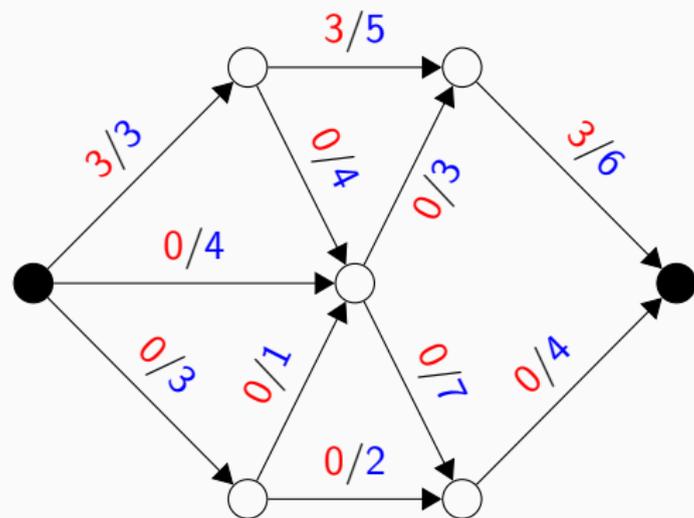
Un début d'algorithme pour trouver le flot maximal



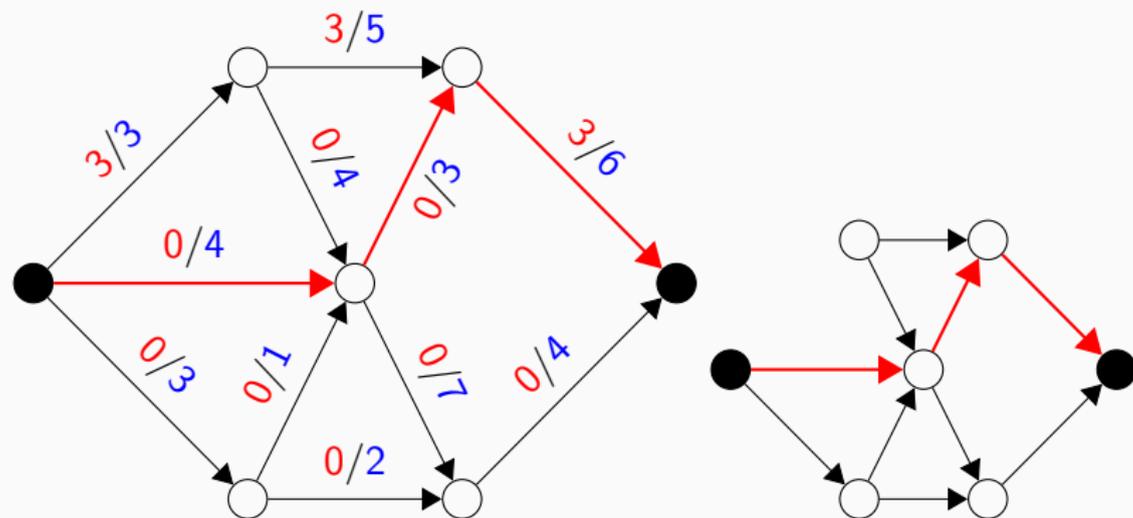
Un début d'algorithme pour trouver le flot maximal



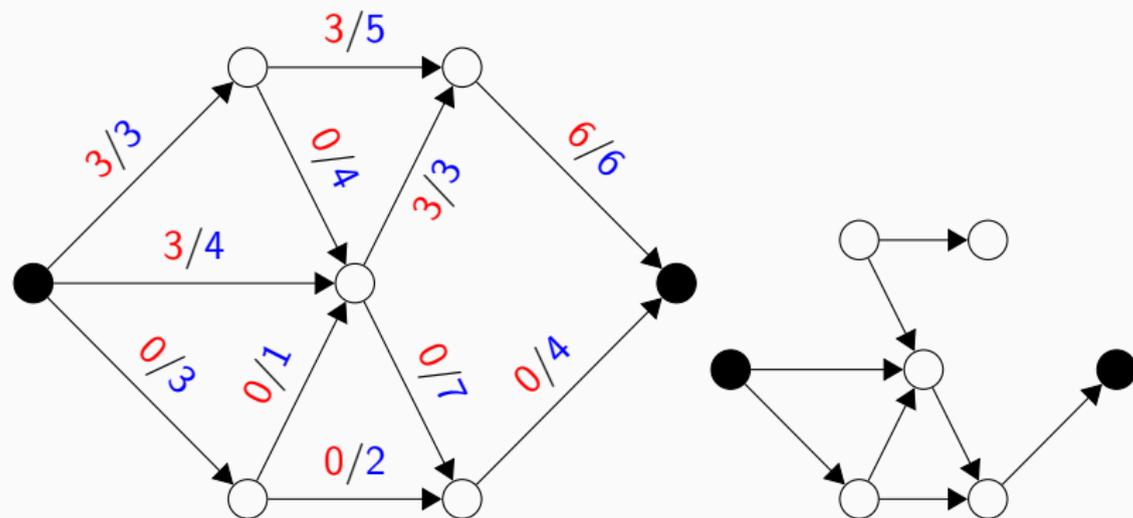
Un début d'algorithme pour trouver le flot maximal



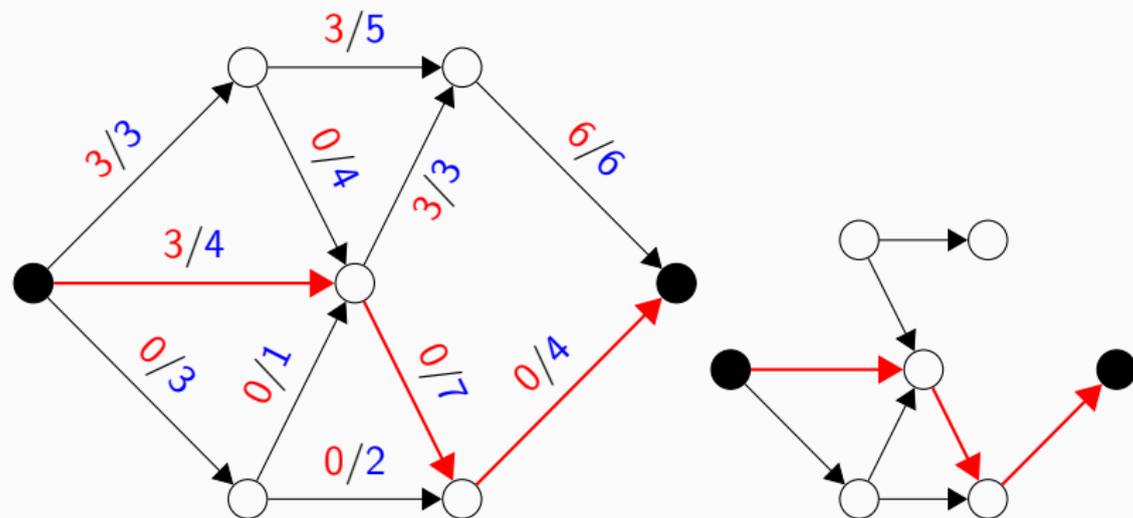
Un début d'algorithme pour trouver le flot maximal



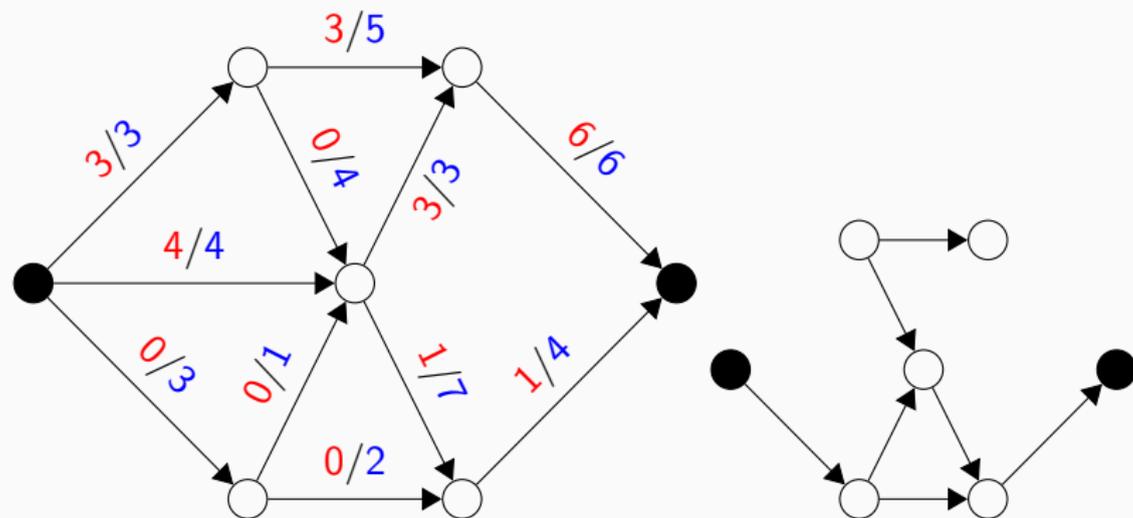
Un début d'algorithme pour trouver le flot maximal



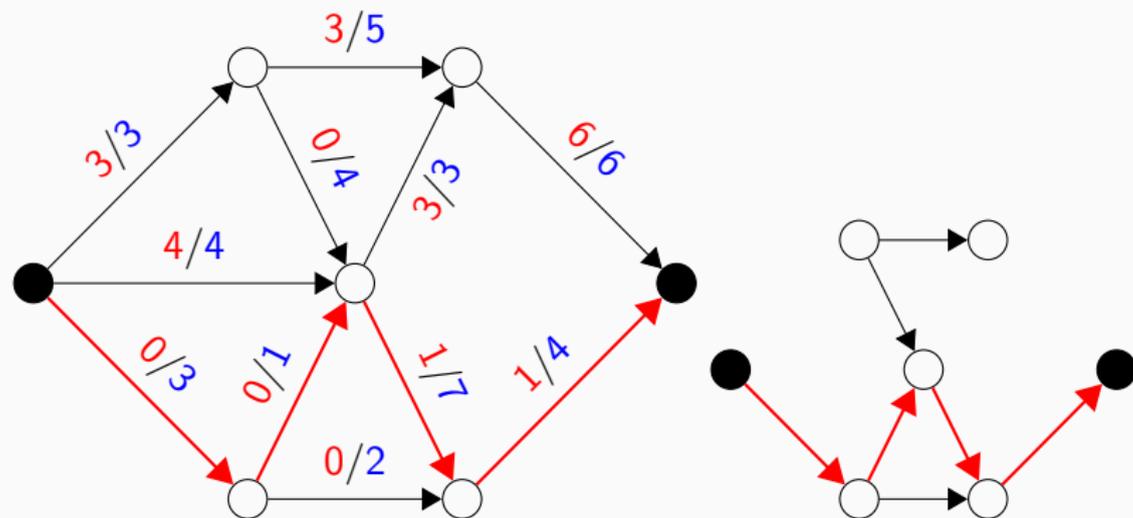
Un début d'algorithme pour trouver le flot maximal



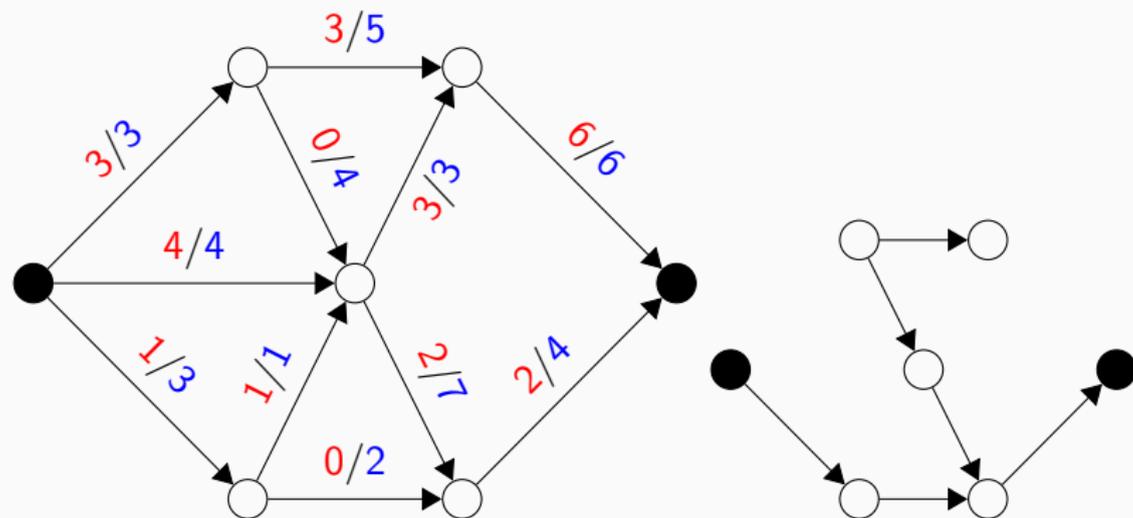
Un début d'algorithme pour trouver le flot maximal



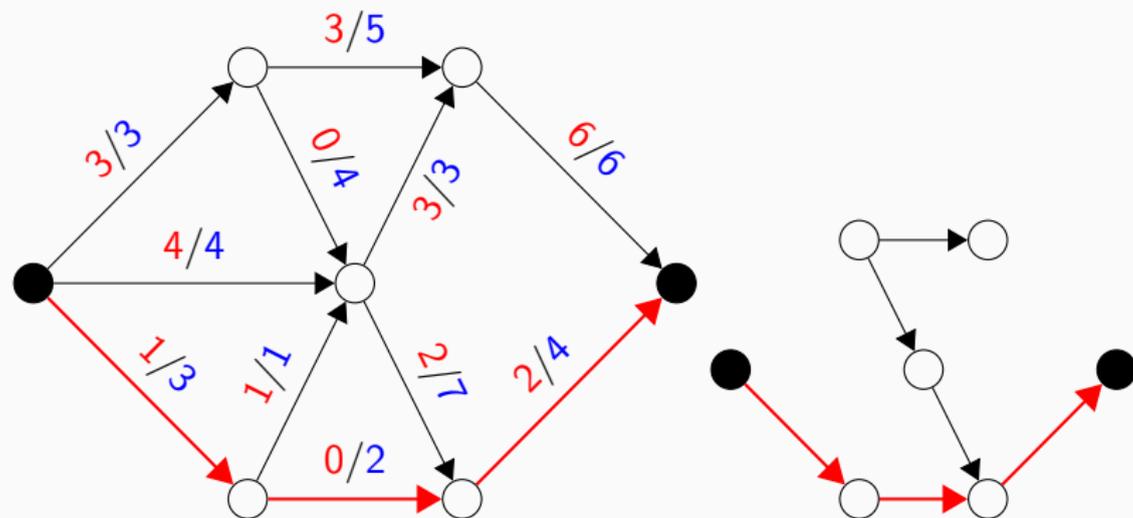
Un début d'algorithme pour trouver le flot maximal



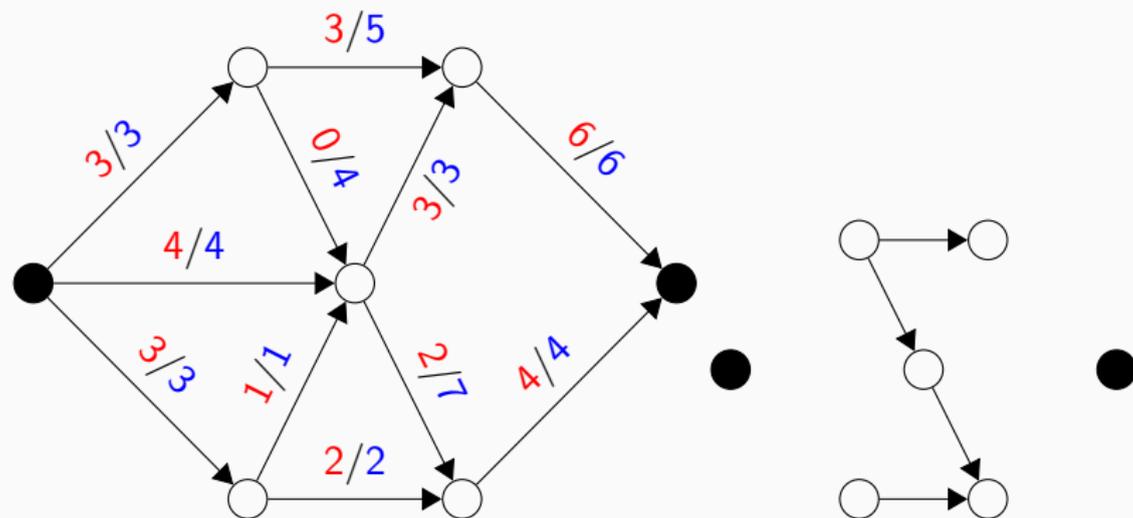
Un début d'algorithme pour trouver le flot maximal



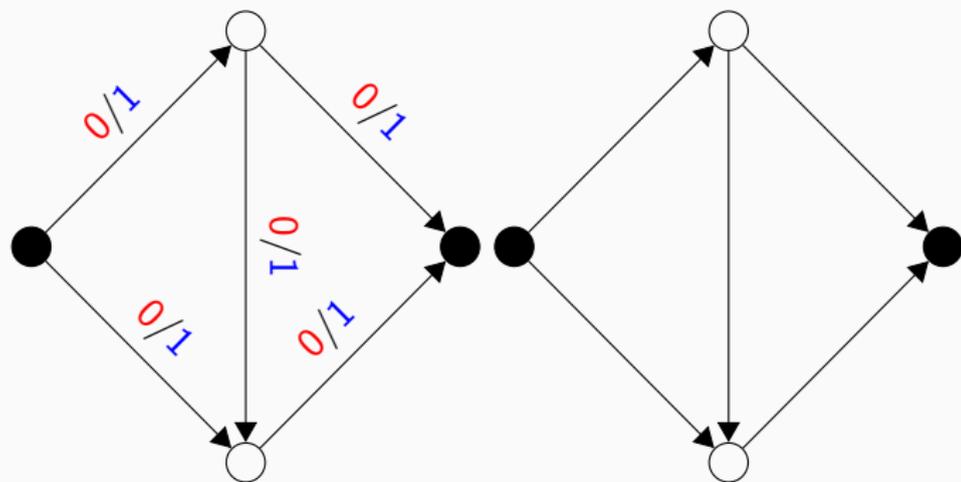
Un début d'algorithme pour trouver le flot maximal



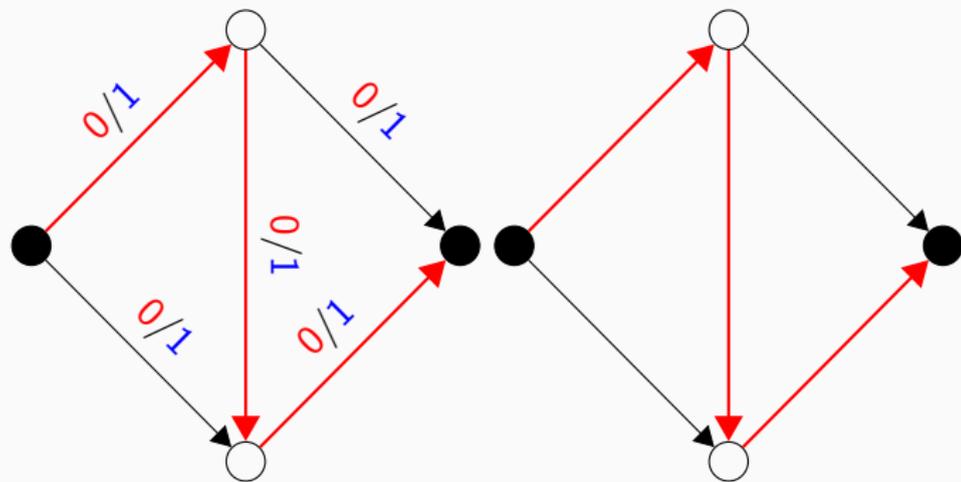
Un début d'algorithme pour trouver le flot maximal



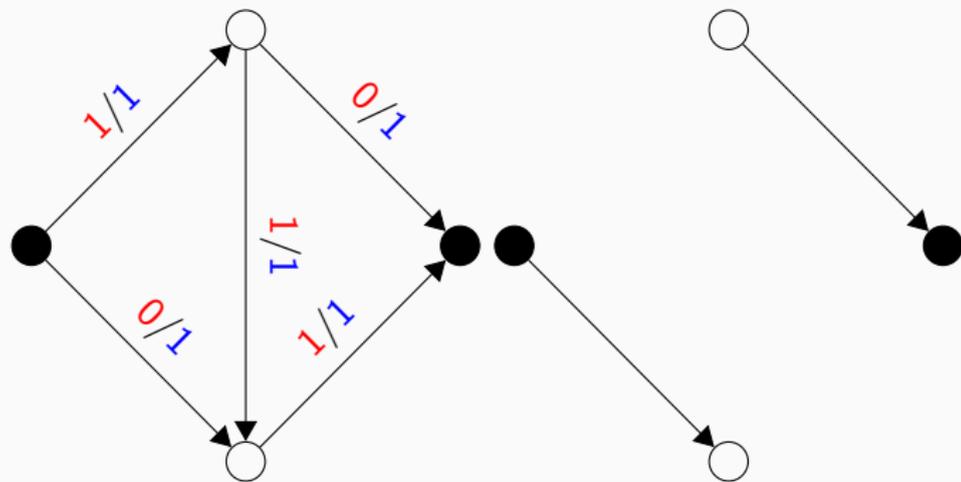
Un problème



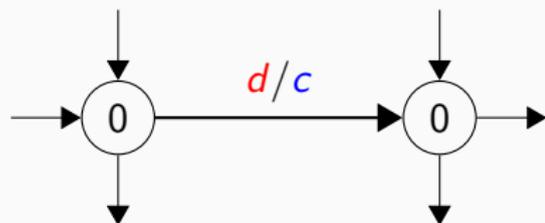
Un problème



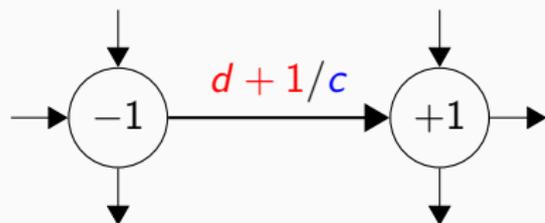
Un problème



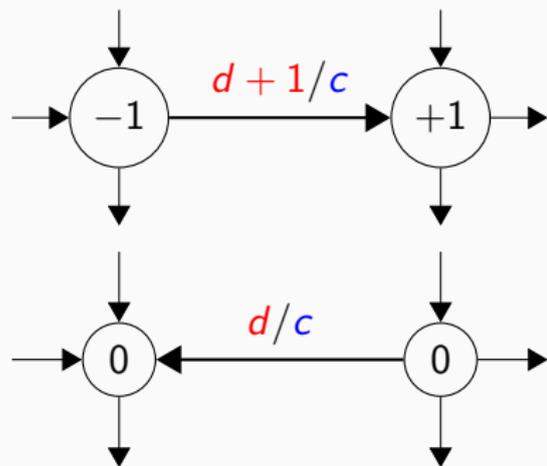
Notion de chemin augmentant (bis)



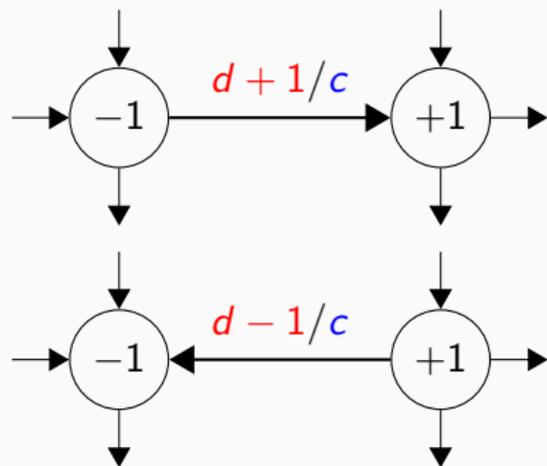
Notion de chemin augmentant (bis)



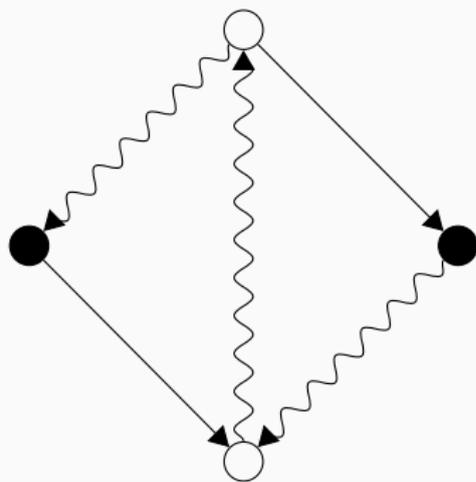
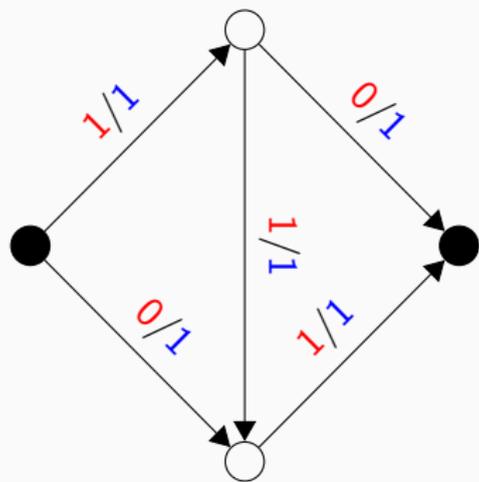
Notion de chemin augmentant (bis)



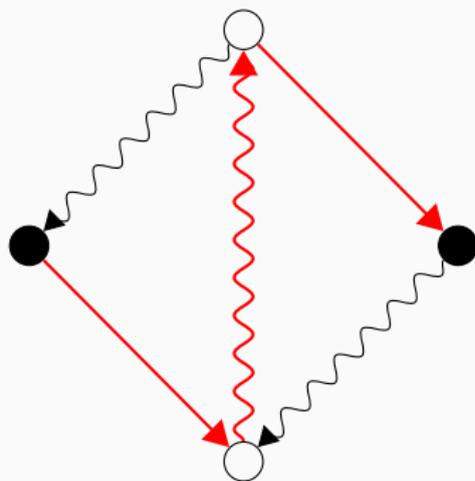
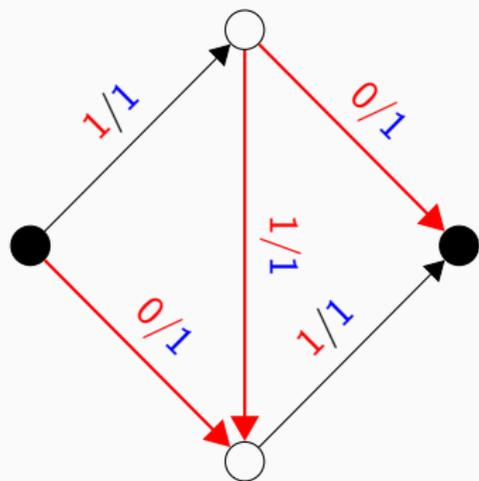
Notion de chemin augmentant (bis)



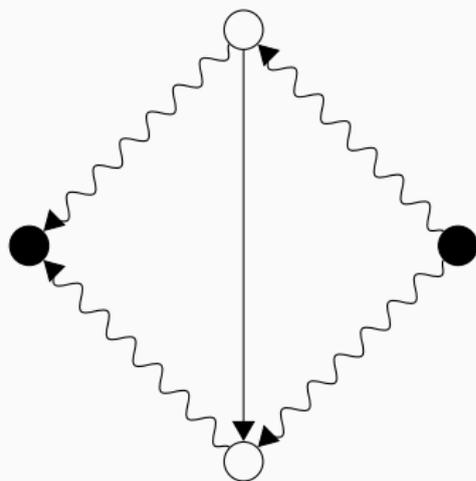
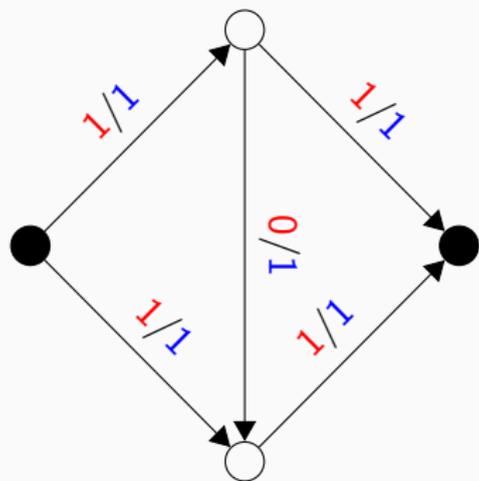
Plus de problème



Plus de problème



Plus de problème



Comment montrer qu'une quantité est maximale ?

Flot maximum : flot qui est plus grand que tous les autres flots.

Comment montrer qu'une quantité est maximale ?

Flot maximum : flot qui est plus grand que tous les autres flots.

Deux choses :

Comment montrer qu'une quantité est maximale ?

Flot maximum : flot qui est plus grand que tous les autres flots.

Deux choses :

- ▶ une quantité plus grande que tous les flots

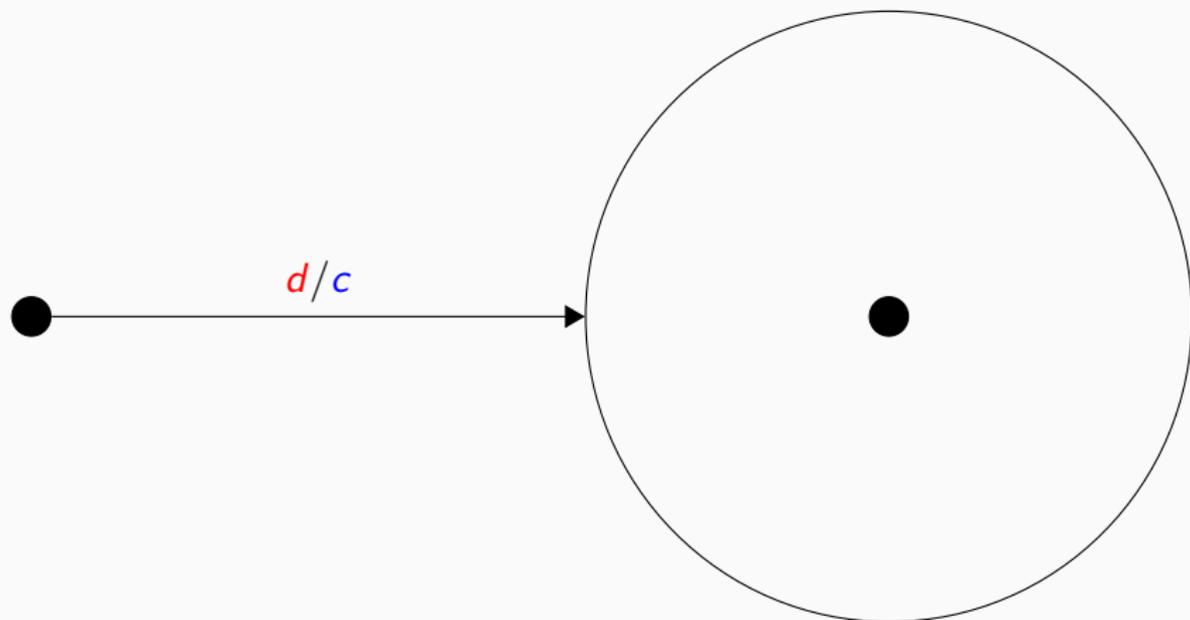
Comment montrer qu'une quantité est maximale ?

Flot maximum : flot qui est plus grand que tous les autres flots.

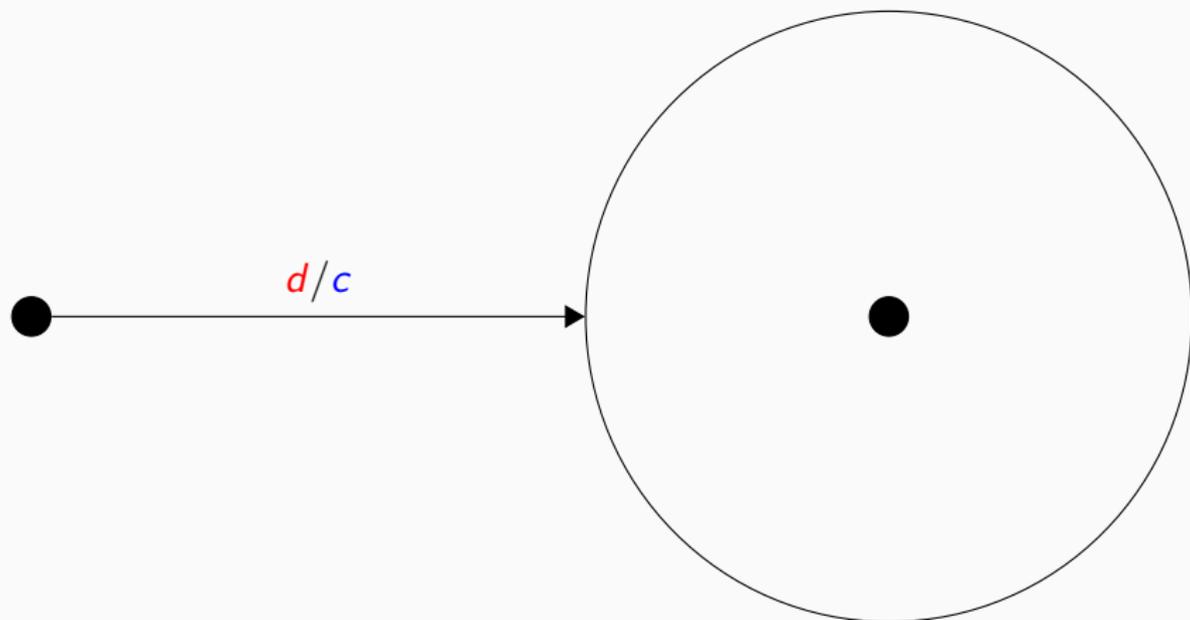
Deux choses :

- ▶ une quantité plus grande que tous les flots
- ▶ un flot égal à cette quantité

Quelques essais

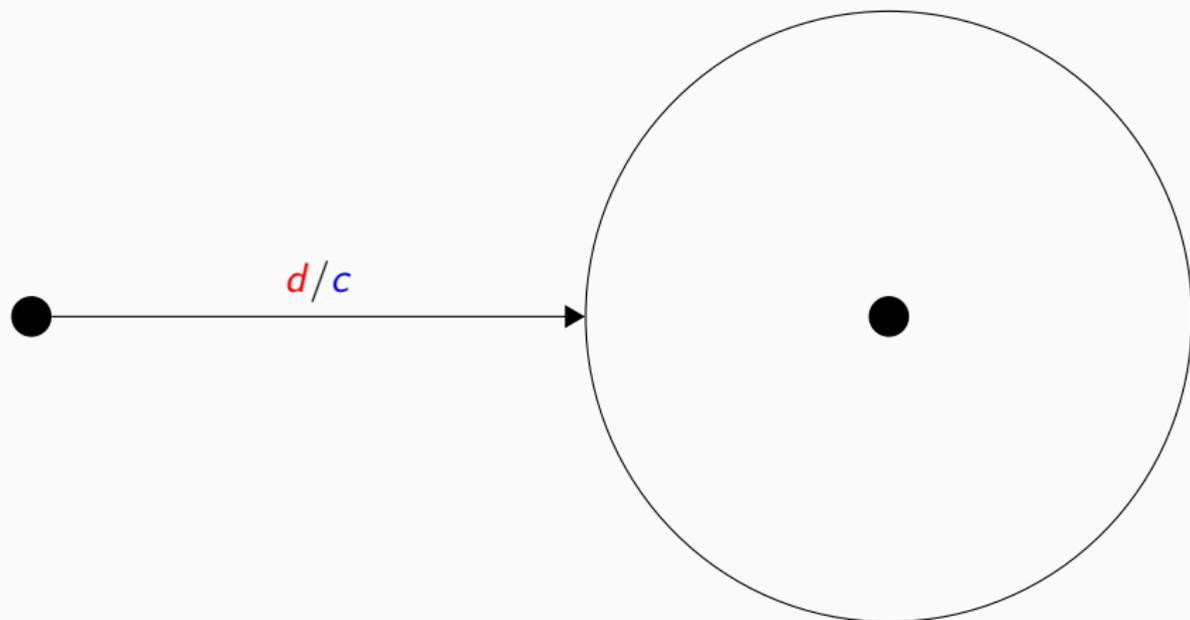


Quelques essais



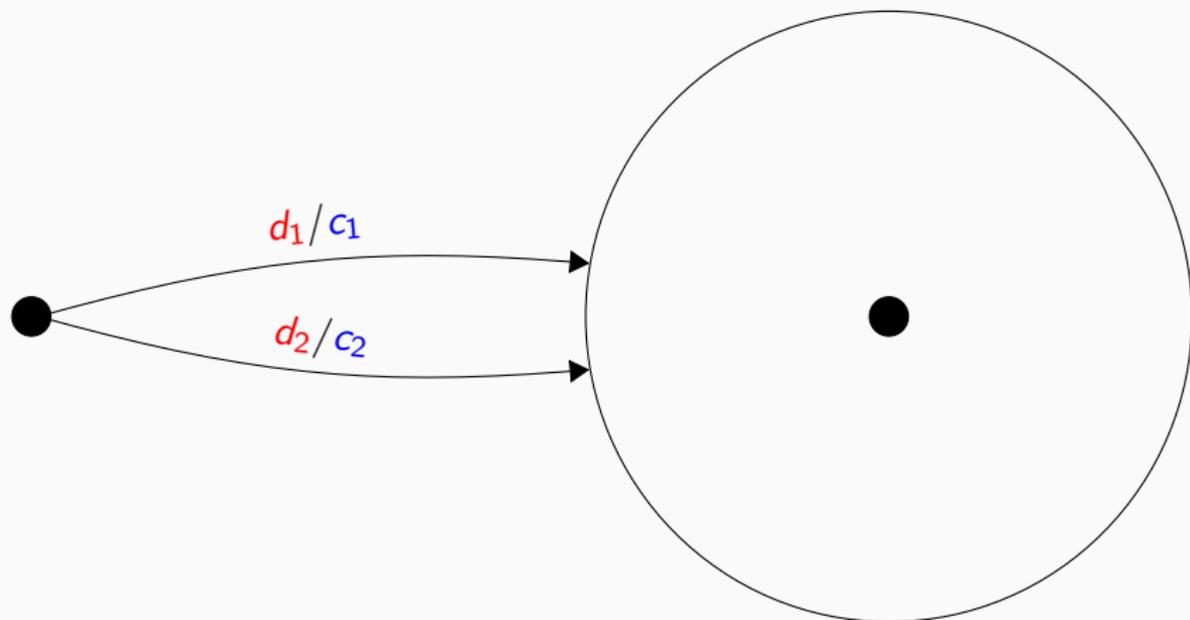
Flot : d

Quelques essais

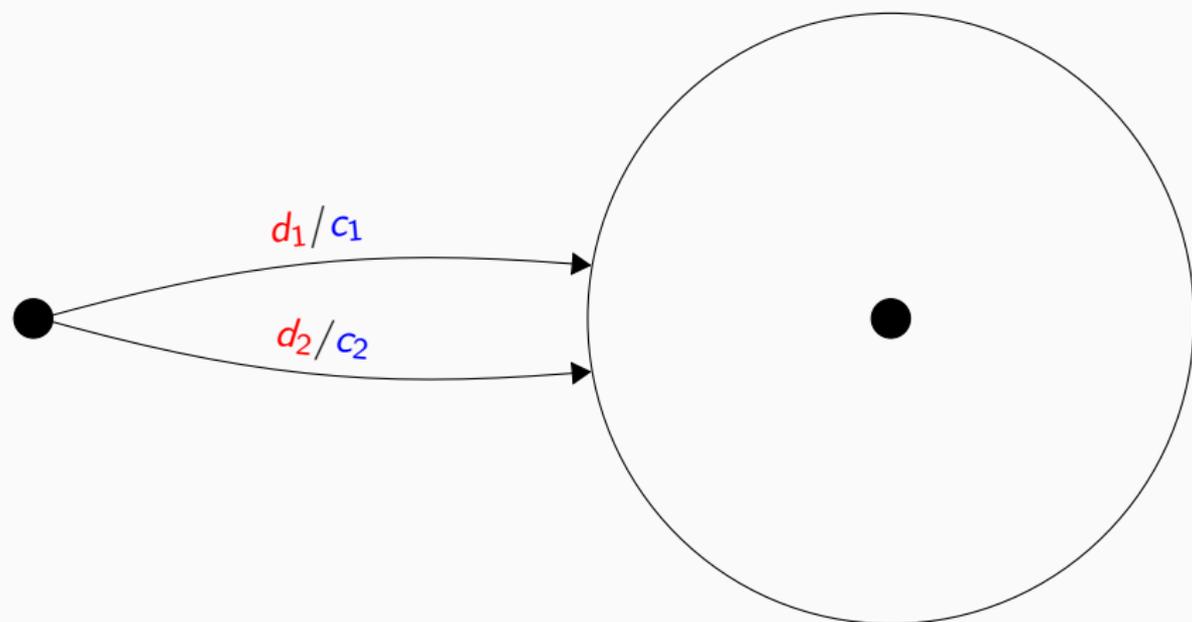


Flot : $d \leq c$

Quelques essais

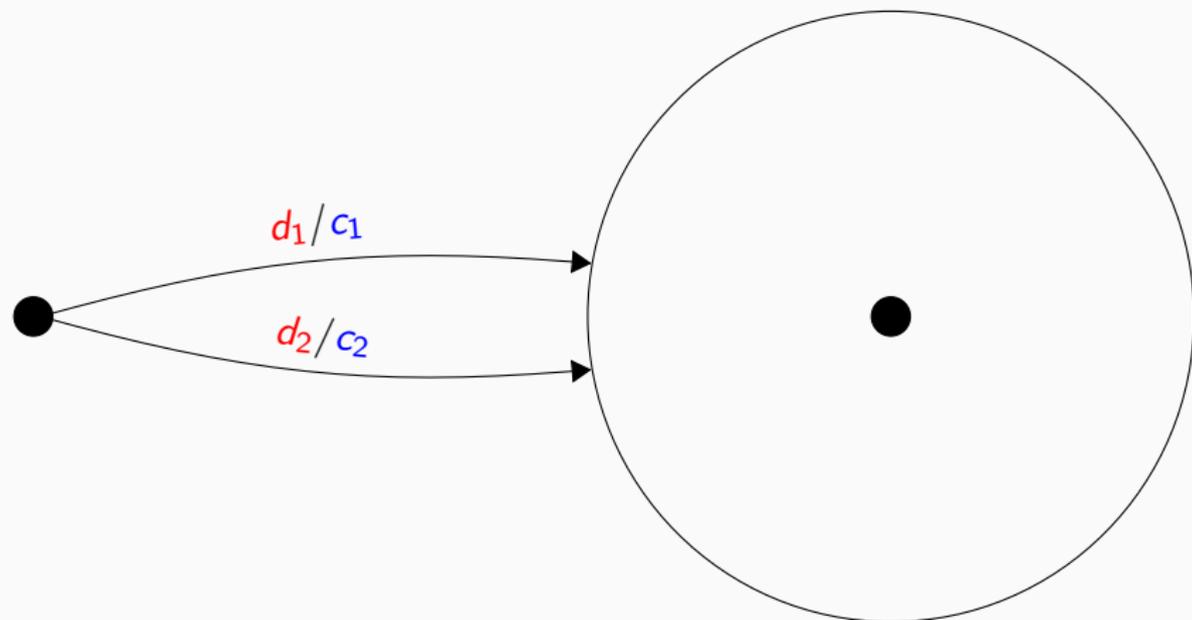


Quelques essais



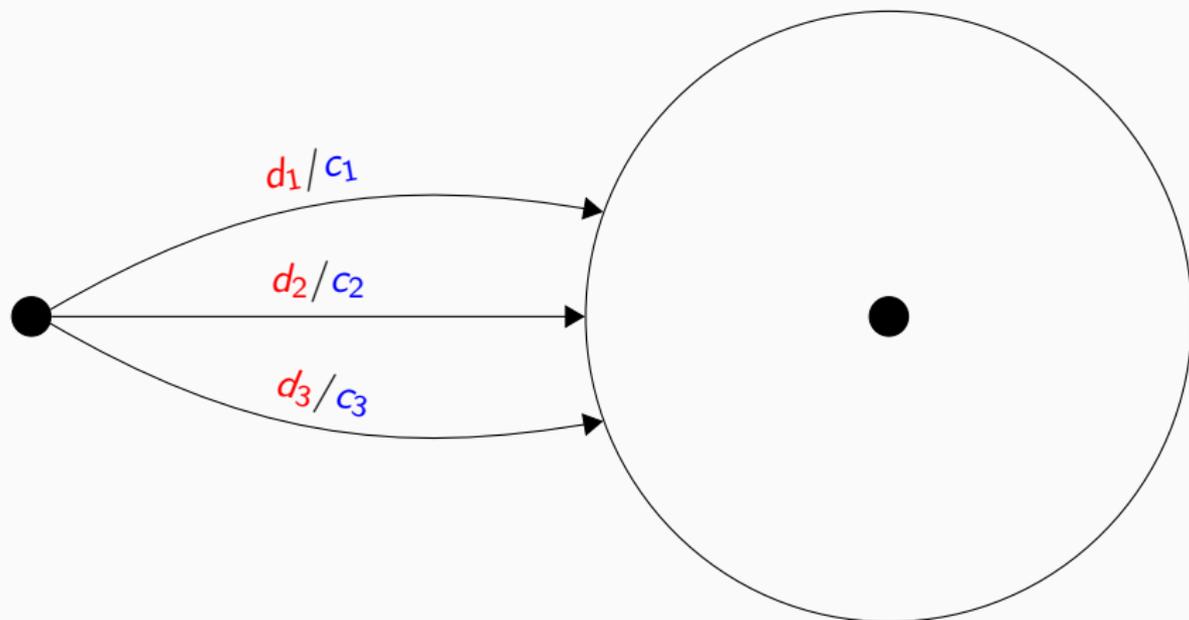
Flot : $d_1 + d_2$

Quelques essais

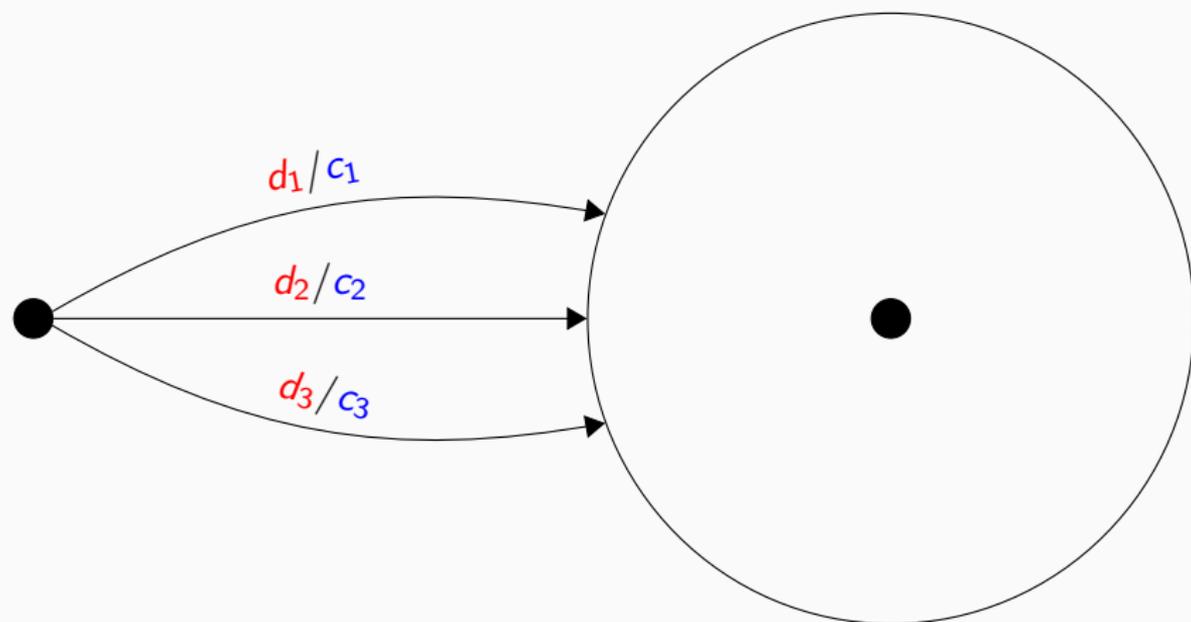


$$\text{Flot : } \underbrace{d_1}_{\leq c_1} + \underbrace{d_2}_{\leq c_2} \leq c_1 + c_2$$

Quelques essais

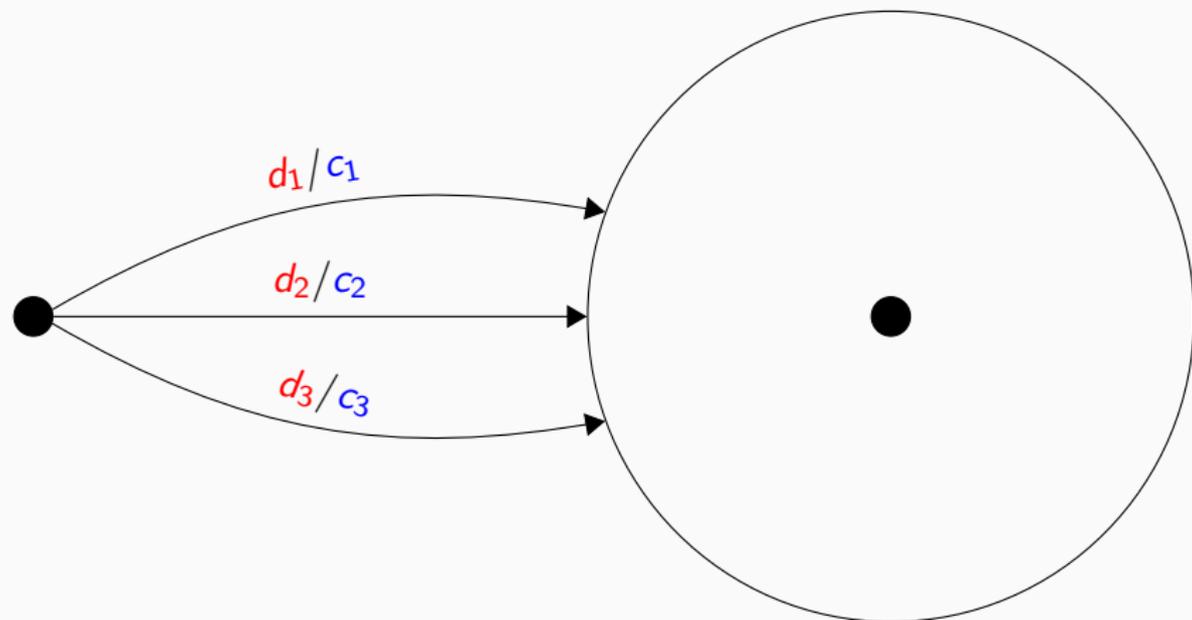


Quelques essais



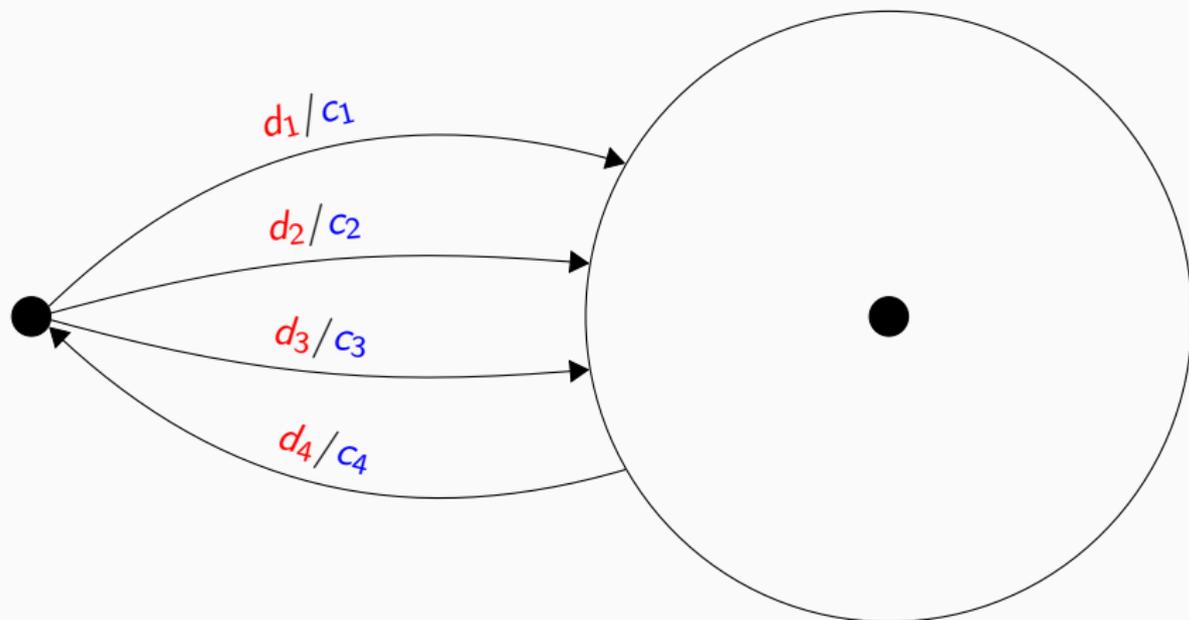
Flot : $d_1 + d_2 + d_3$

Quelques essais

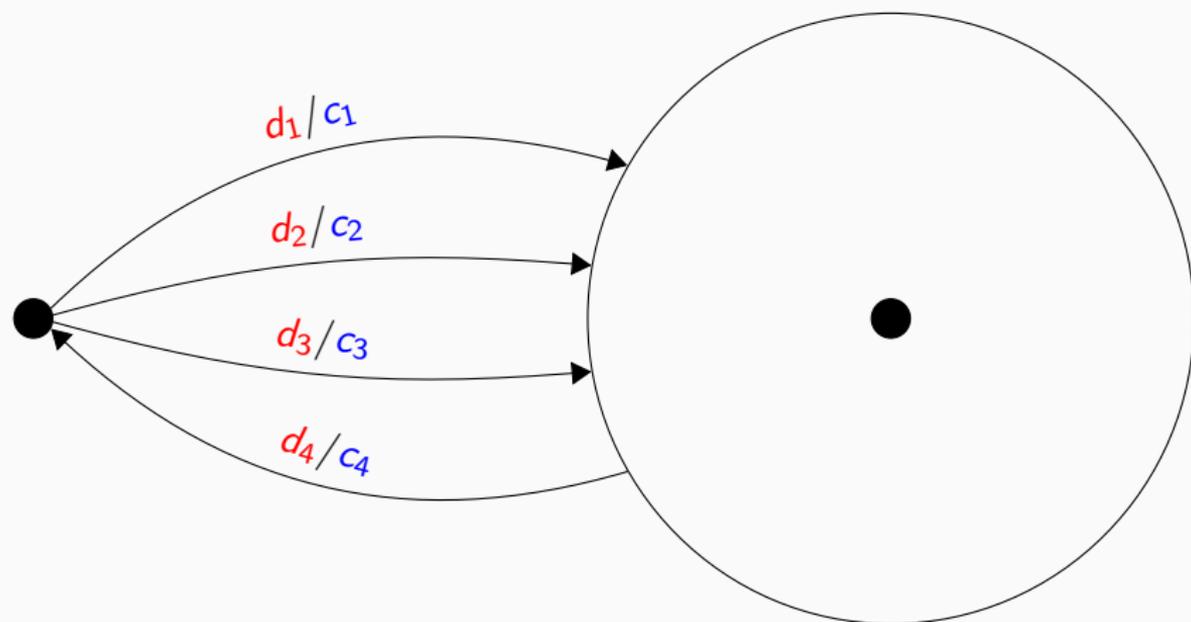


$$\text{Flot : } \underbrace{d_1}_{\leq c_1} + \underbrace{d_2}_{\leq c_2} + \underbrace{d_3}_{\leq c_3} \leq c_1 + c_2 + c_3$$

Quelques essais

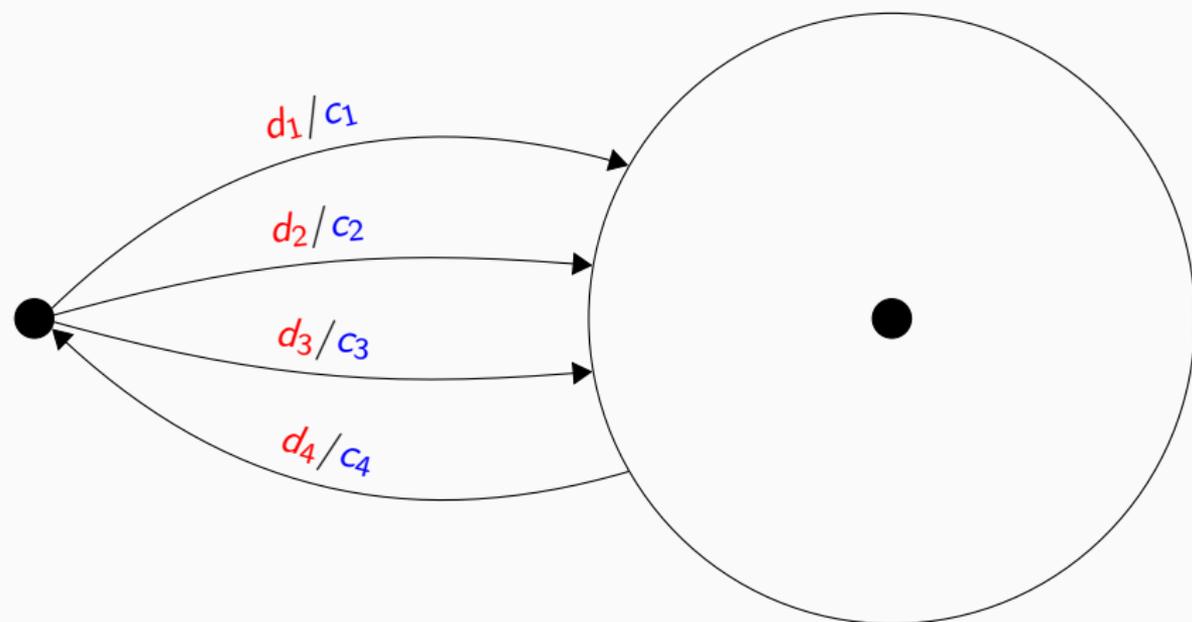


Quelques essais



Flot : $d_1 + d_2 + d_3 - d_4$

Quelques essais



$$\text{Flot : } \underbrace{d_1}_{\leq c_1} + \underbrace{d_2}_{\leq c_2} + \underbrace{d_3}_{\leq c_3} - \underbrace{d_4}_{\geq 0} \leq c_1 + c_2 + c_3 + 0$$

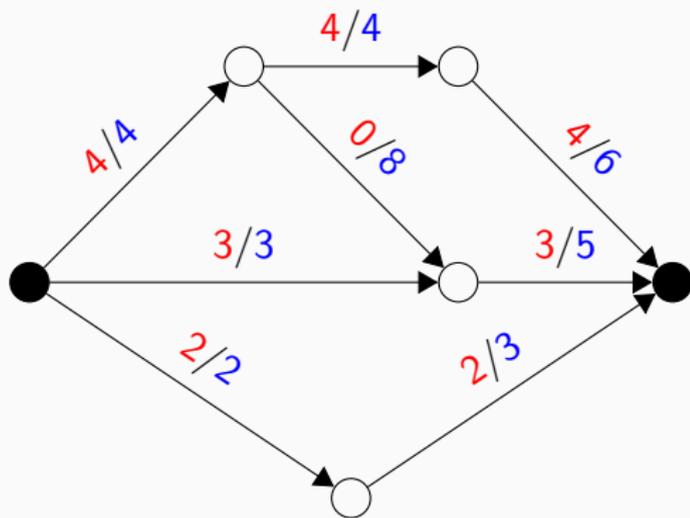
Conditions pour que ce majorant soit égal au flot

Conditions pour que ce majorant soit égal au flot

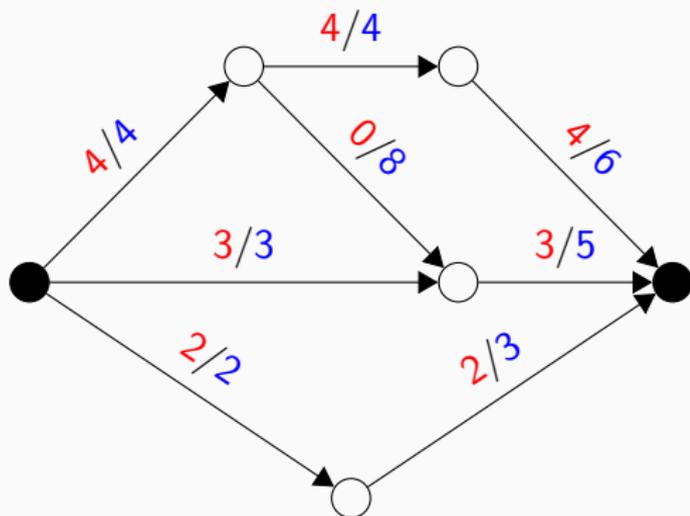
Les débits des tuyaux partant de la source sont égaux à leur capacité

Les débits des tuyaux allant à la source valent 0

Testons ce majorant

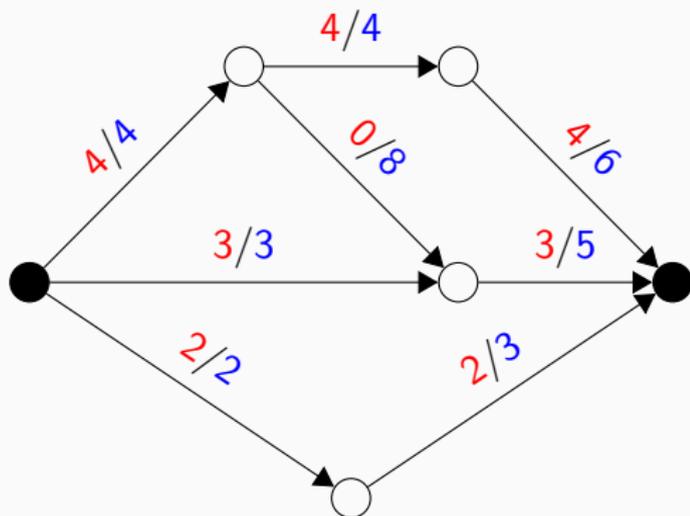


Testons ce majorant



Majorant : $4 + 3 + 2 = 9$

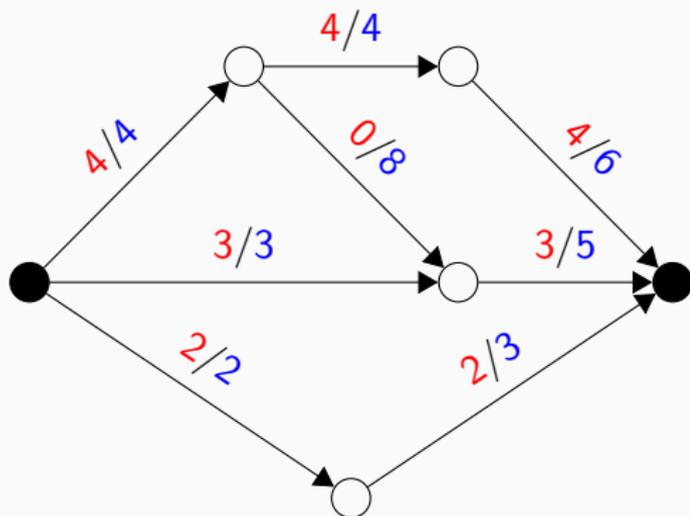
Testons ce majorant



Majorant : $4 + 3 + 2 = 9$

Flot : $4 + 3 + 2 = 9$

Testons ce majorant

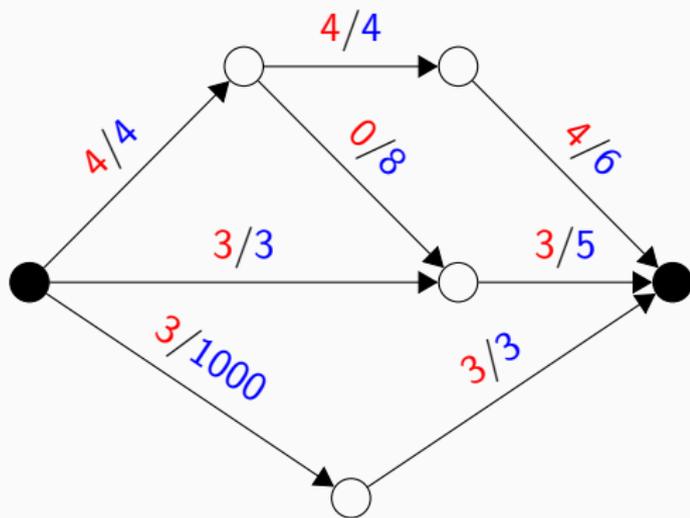


Majorant : $4 + 3 + 2 = 9$

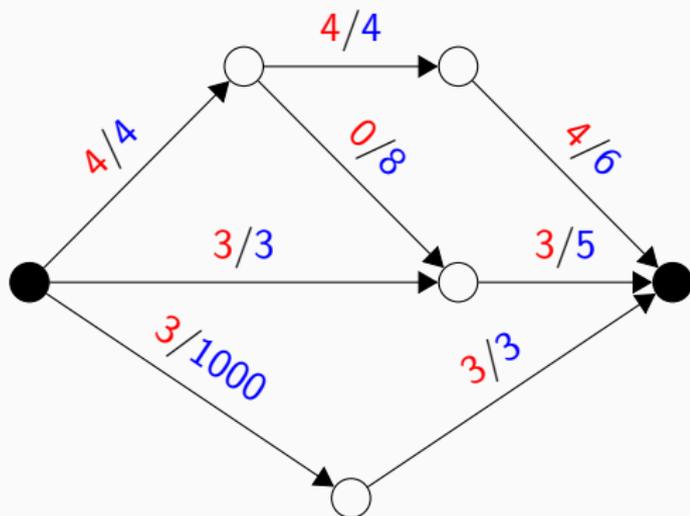
Flot : $4 + 3 + 2 = 9$

Le flot est maximal !

Testons ce majorant

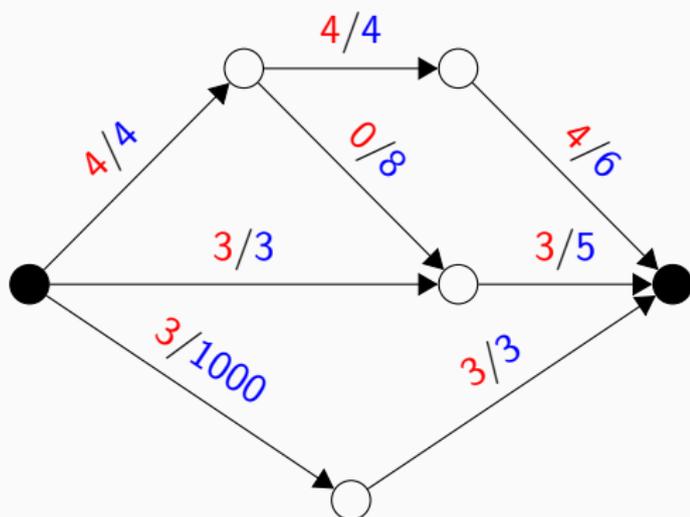


Testons ce majorant



Majorant : $4 + 3 + 1000 = 1007$

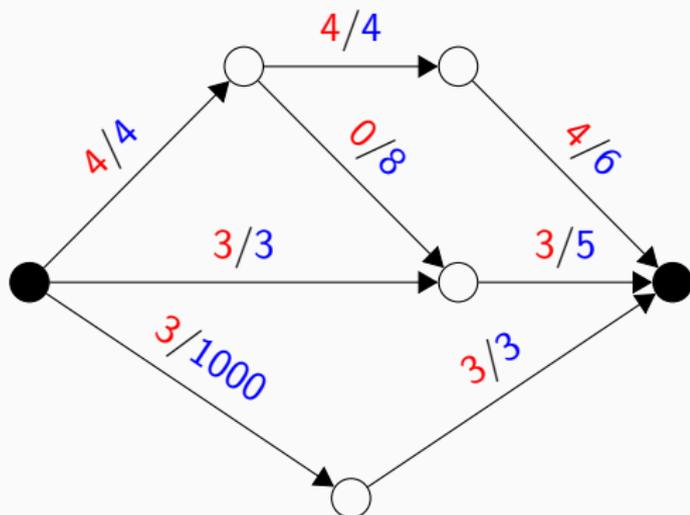
Testons ce majorant



Majorant : $4 + 3 + 1000 = 1007$

Flot : $4 + 3 + 3 = 10$

Testons ce majorant

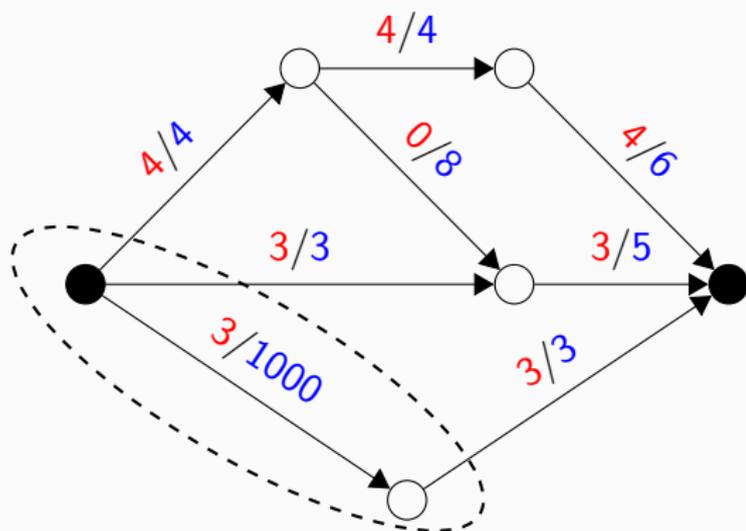


Majorant : $4 + 3 + 1000 = 1007$

Flot : $4 + 3 + 3 = 10$

Ce majorant ne permet pas d'affirmer que le flot est maximal

Testons ce majorant

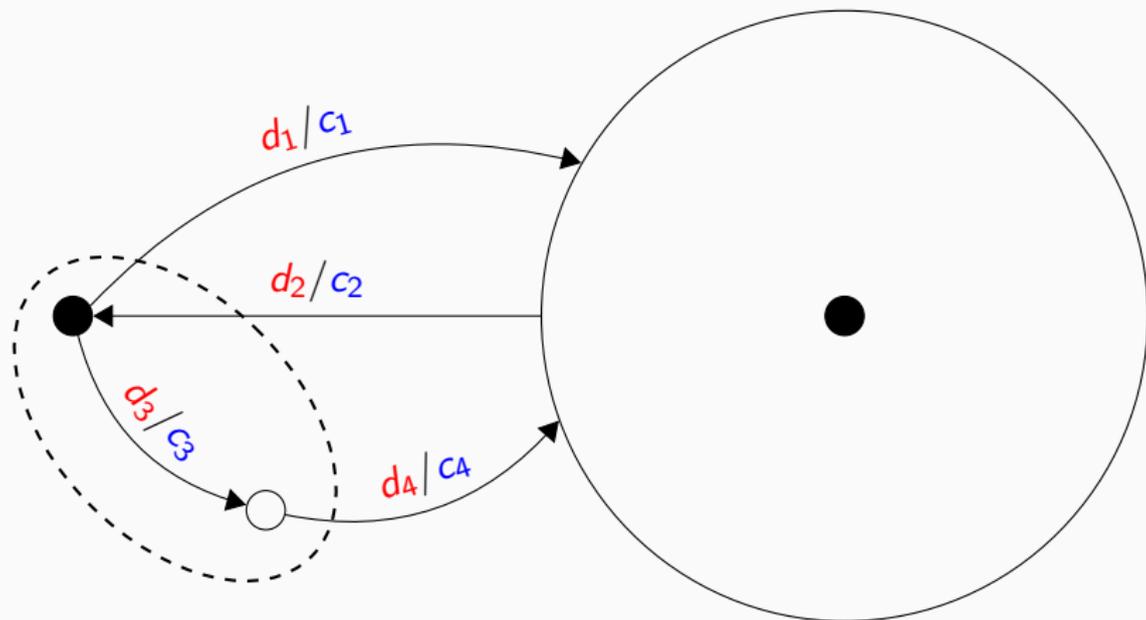


Majorant : $4 + 3 + 1000 = 1007$

Flot : $4 + 3 + 3 = 10$

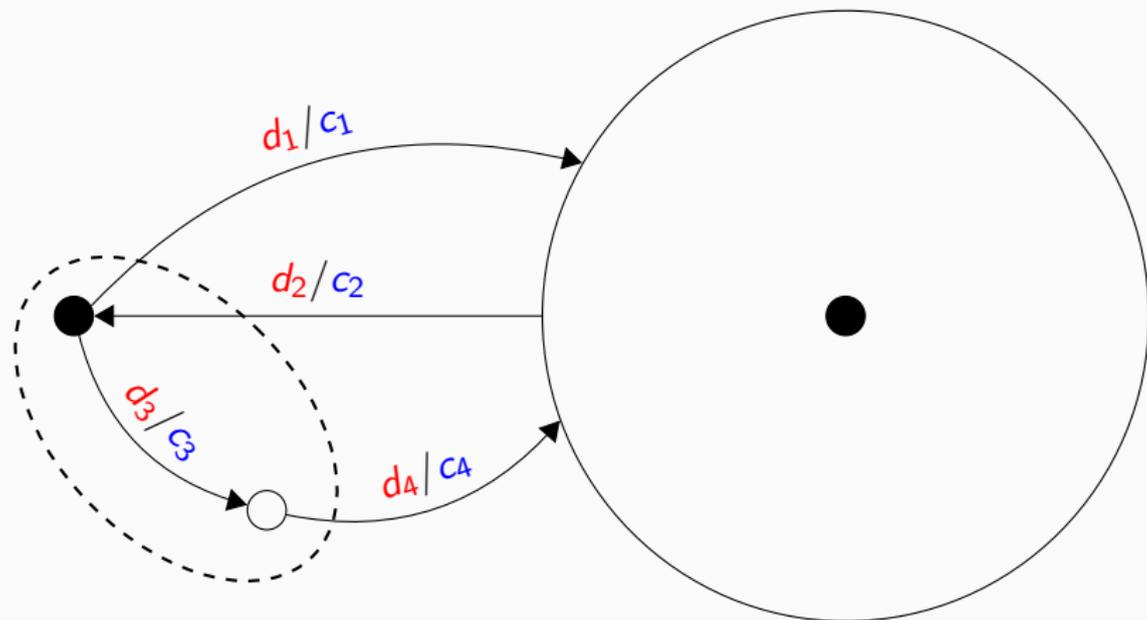
Ce majorant ne permet pas d'affirmer que le flot est maximal

Vers d'autres majorants



Flot : $d_1 - d_2 + d_3$

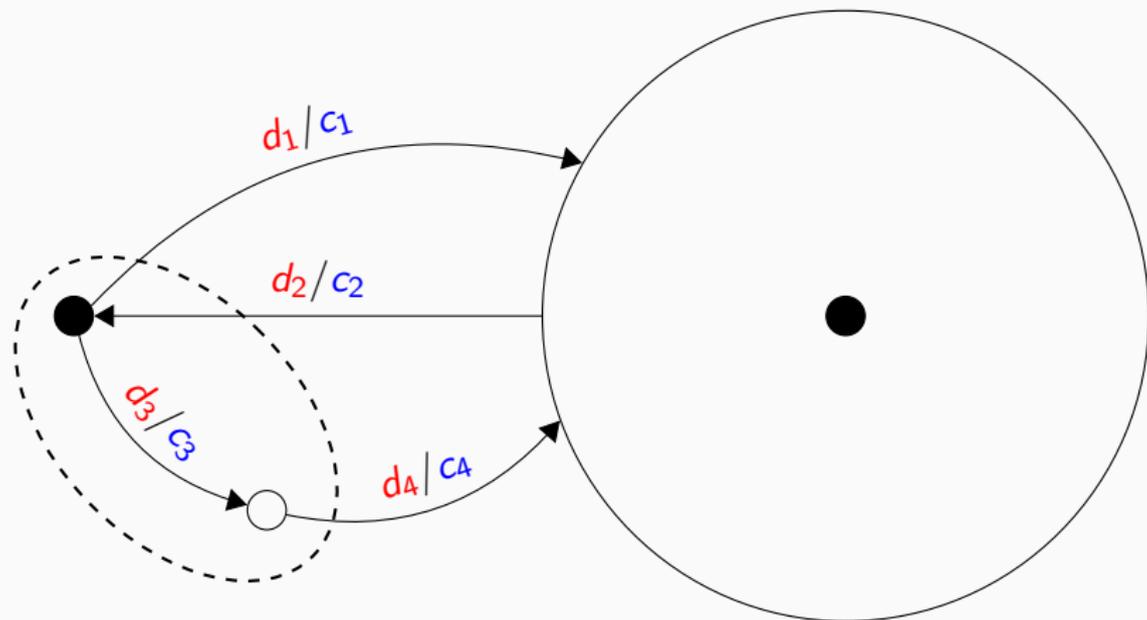
Vers d'autres majorants



Flot : $d_1 - d_2 + d_3$

Conservation du débit : $d_3 = d_4$

Vers d'autres majorants

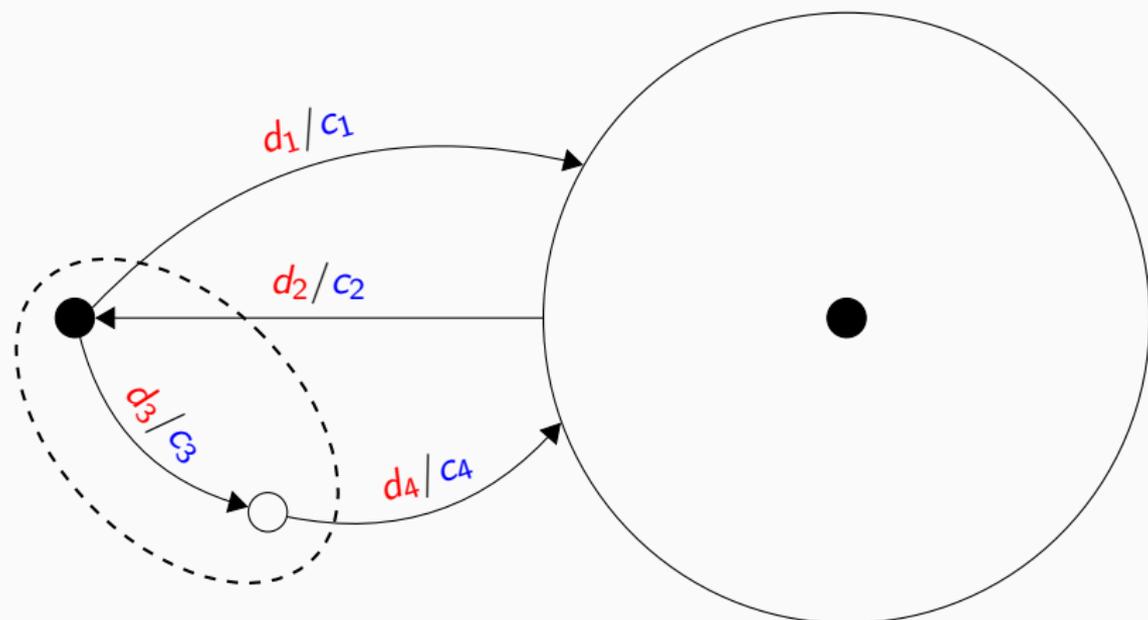


Flot : $d_1 - d_2 + d_3$

Conservation du débit : $d_3 = d_4$

Flot : $d_1 - d_2 + d_4$

Vers d'autres majorants

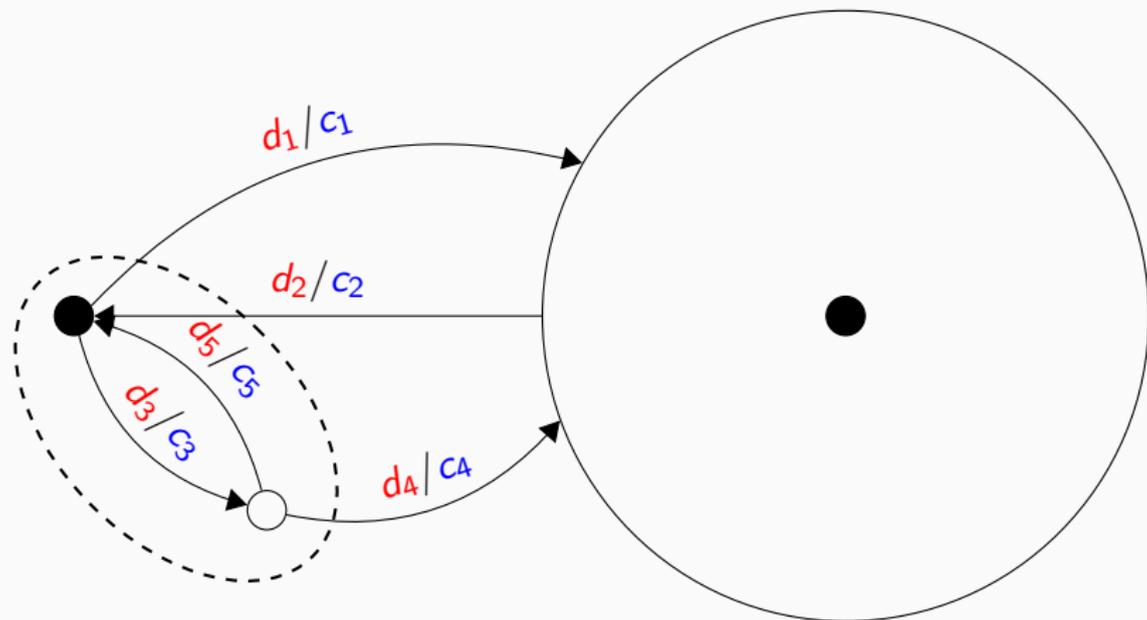


Flot : $d_1 - d_2 + d_3$

Conservation du débit : $d_3 = d_4$

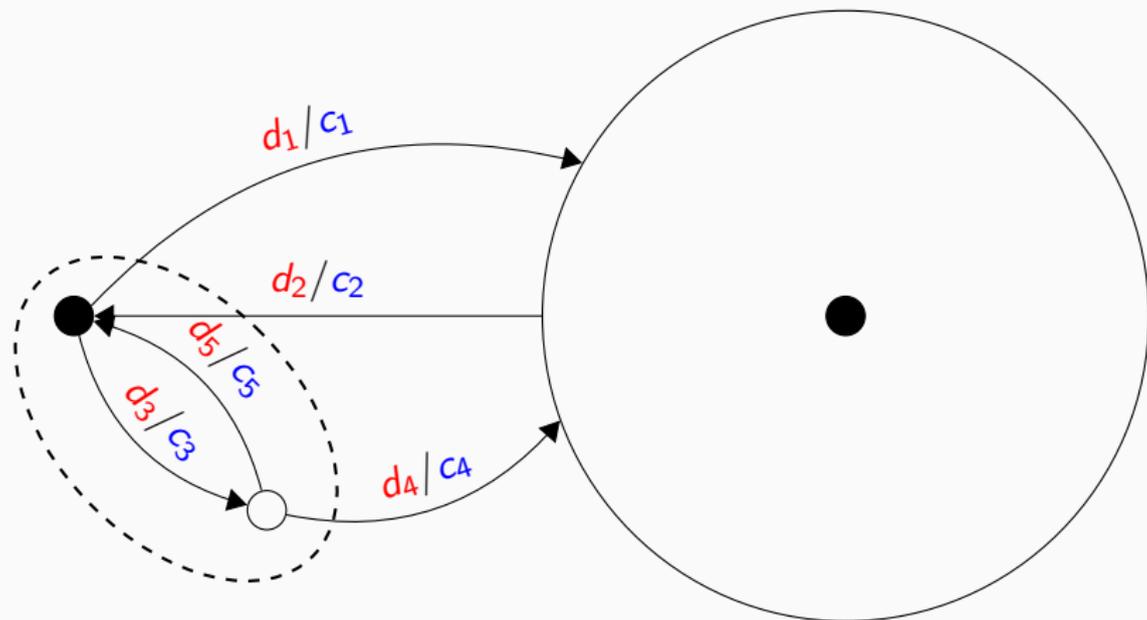
Flot : $\underbrace{d_1}_{\leq c_1} - \underbrace{d_2}_{\geq 0} + \underbrace{d_4}_{\leq c_4} \leq c_1 + 0 + c_4$

Vers d'autres majorants



Flot : $d_1 - d_2 + d_3 - d_5$

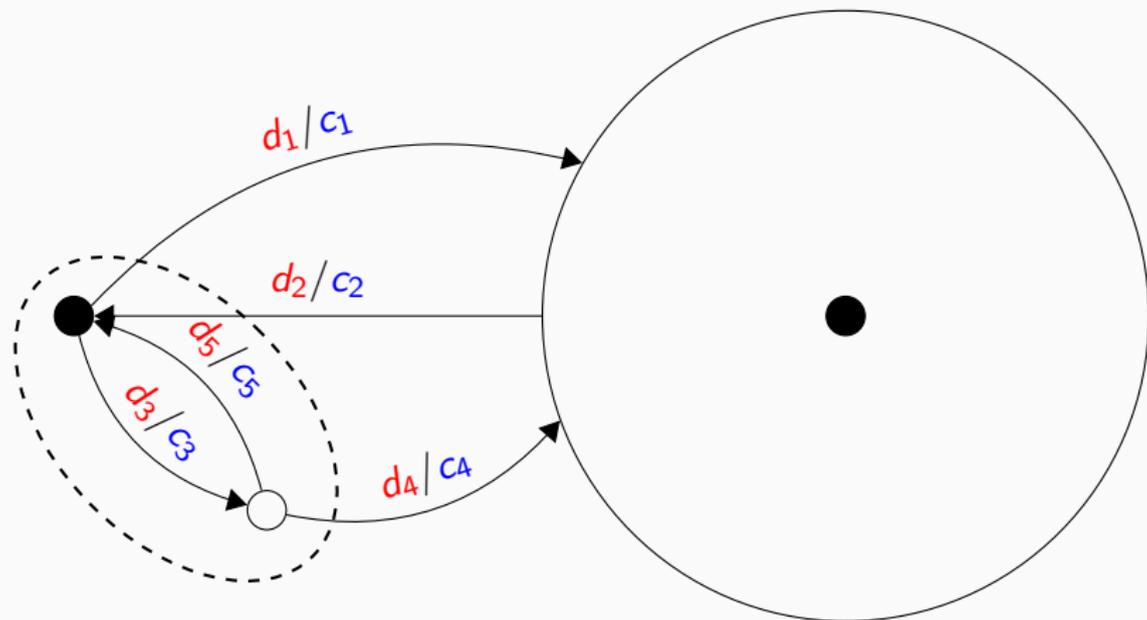
Vers d'autres majorants



Flot : $d_1 - d_2 + d_3 - d_5$

Conservation du débit : $d_3 - d_5 = d_4$

Vers d'autres majorants

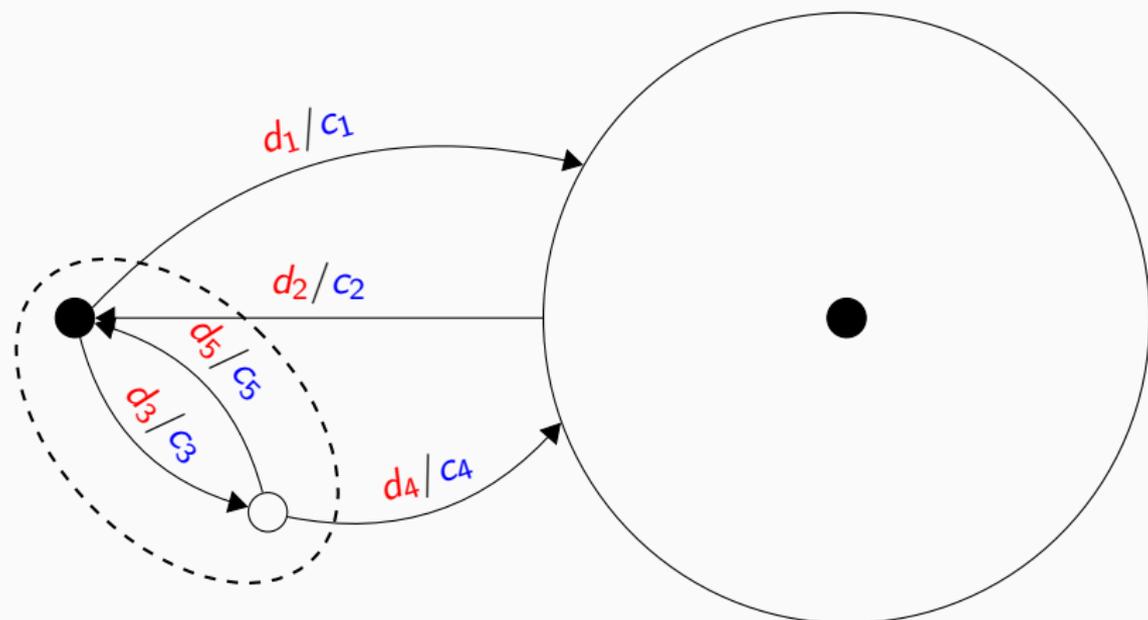


Flot : $d_1 - d_2 + d_3 - d_5$

Conservation du débit : $d_3 - d_5 = d_4$

Flot : $d_1 - d_2 + d_4$

Vers d'autres majorants

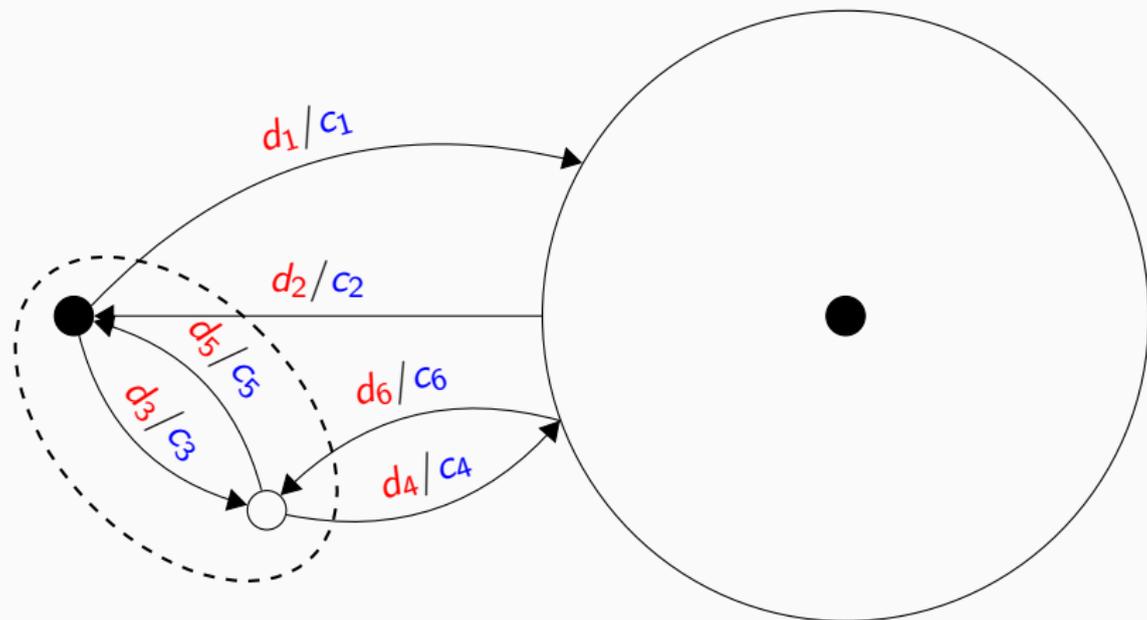


$$\text{Flot : } d_1 - d_2 + d_3 - d_5$$

$$\text{Conservation du débit : } d_3 - d_5 = d_4$$

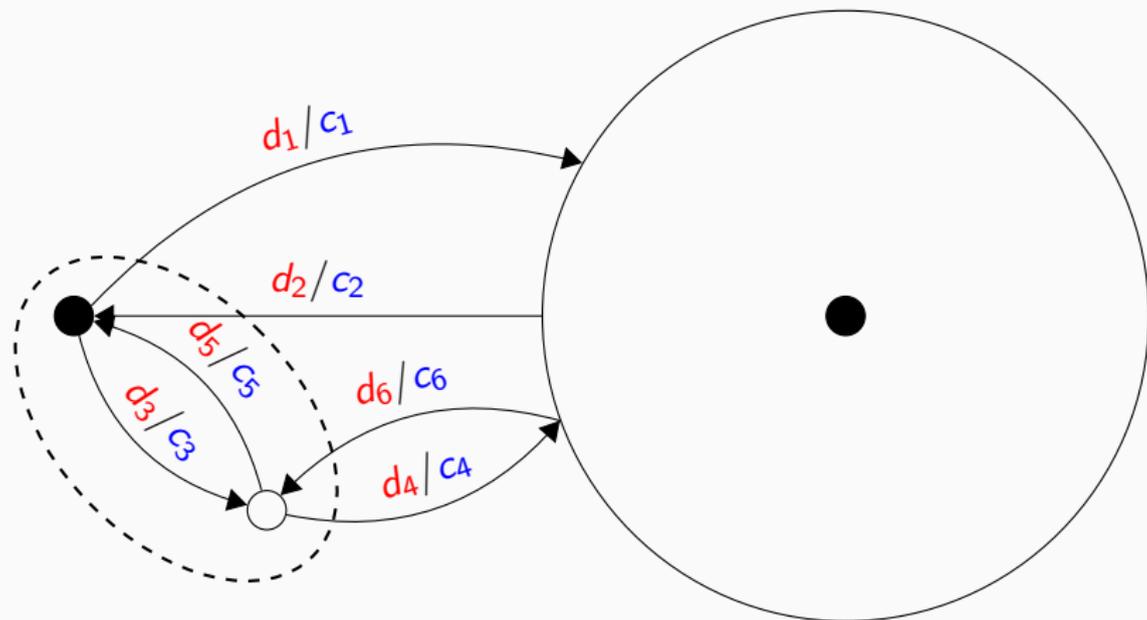
$$\text{Flot : } \underbrace{d_1}_{\leq c_1} - \underbrace{d_2}_{\geq 0} + \underbrace{d_4}_{\leq c_4} \leq c_1 + 0 + c_4$$

Vers d'autres majorants



Flot : $d_1 - d_2 + d_3 - d_5$

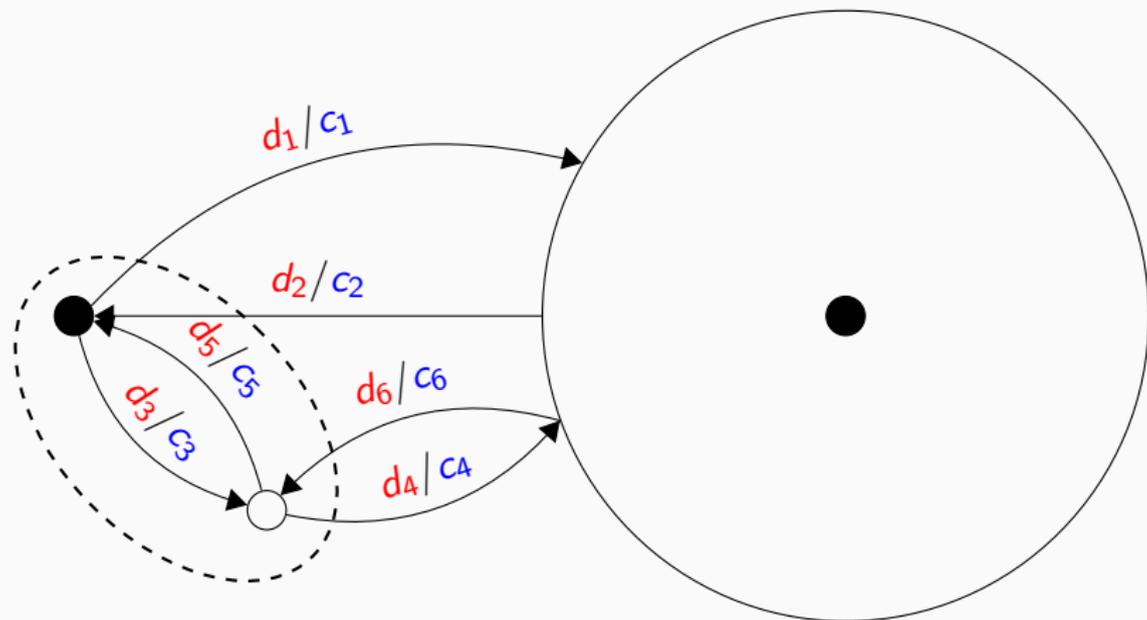
Vers d'autres majorants



Flot : $d_1 - d_2 + d_3 - d_5$

Conservation du débit : $d_3 - d_5 = d_4 - d_6$

Vers d'autres majorants

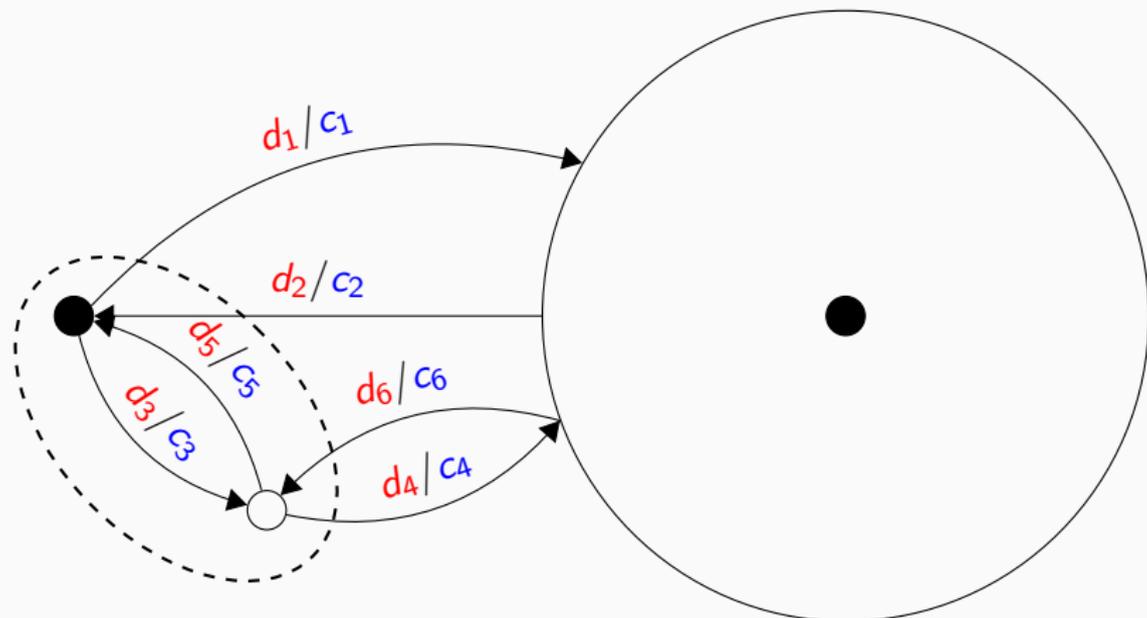


Flot : $d_1 - d_2 + d_3 - d_5$

Conservation du débit : $d_3 - d_5 = d_4 - d_6$

Flot : $d_1 - d_2 + d_4 - d_6$

Vers d'autres majorants

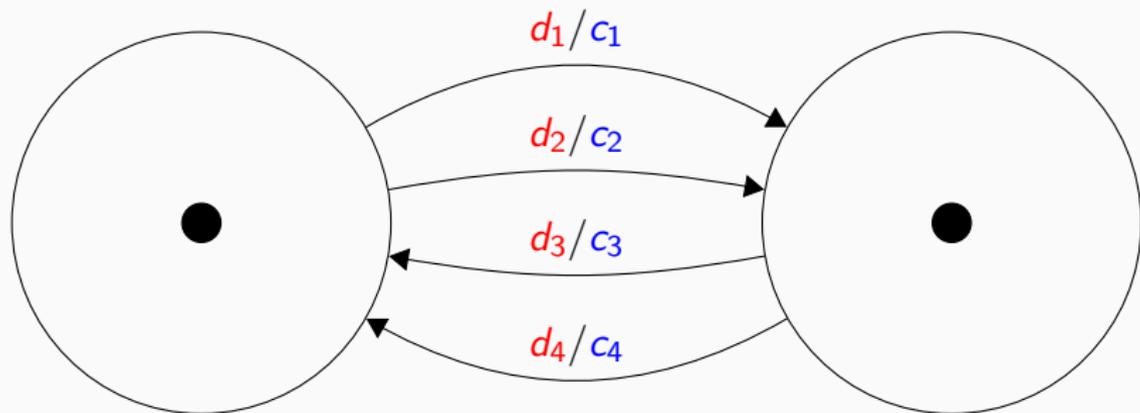


$$\text{Flot : } d_1 - d_2 + d_3 - d_5$$

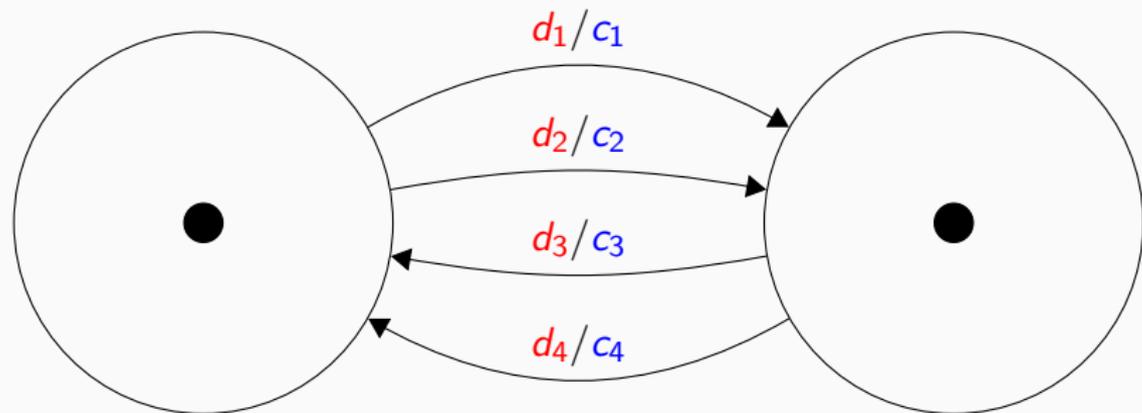
$$\text{Conservation du débit : } d_3 - d_5 = d_4 - d_6$$

$$\text{Flot : } \underbrace{d_1}_{\leq c_1} - \underbrace{d_2}_{\geq 0} + \underbrace{d_4}_{\leq c_4} - \underbrace{d_6}_{\geq 0} \leq c_1 + 0 + c_4 + 0$$

Vers d'autres majorants

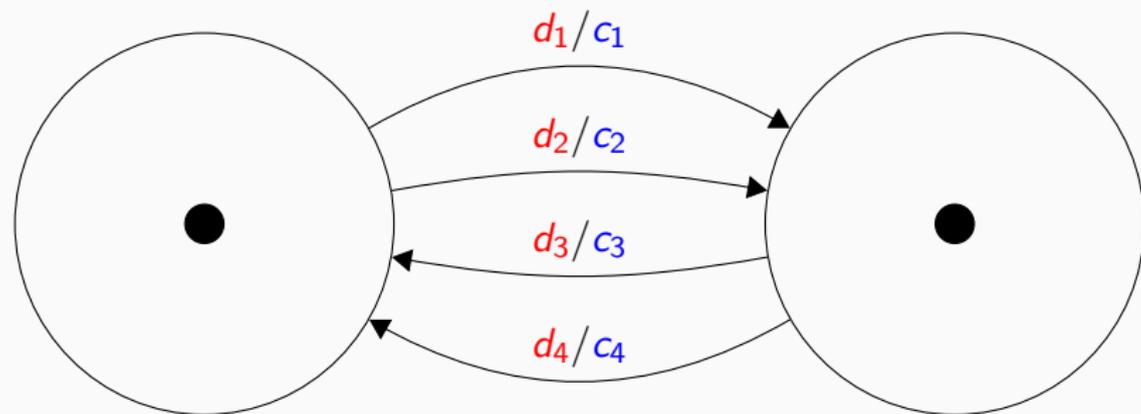


Vers d'autres majorants



Flot : $d_1 + d_2 - d_3 - d_4$

Vers d'autres majorants



$$\text{Flot : } \underbrace{d_1}_{\leq c_1} + \underbrace{d_2}_{\leq c_2} - \underbrace{d_3}_{\geq 0} - \underbrace{d_4}_{\geq 0} \leq c_1 + c_2 + 0 + 0$$

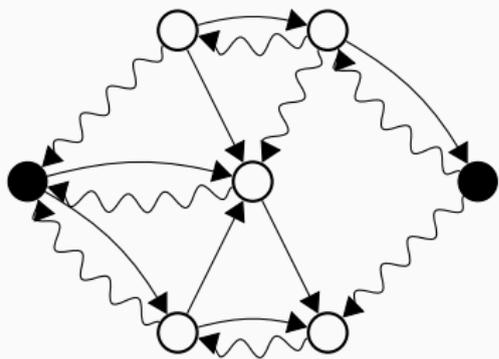
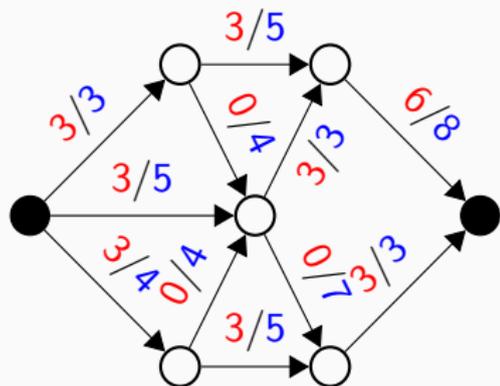
Conditions pour que ce majorant soit égal au flot

Conditions pour que ce majorant soit égal au flot

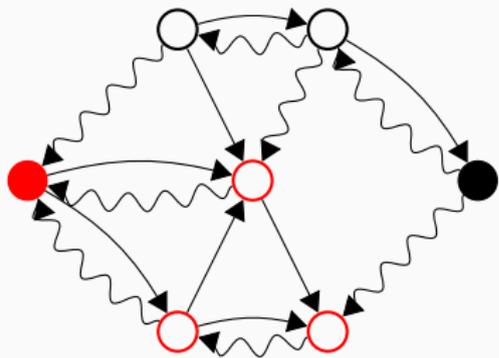
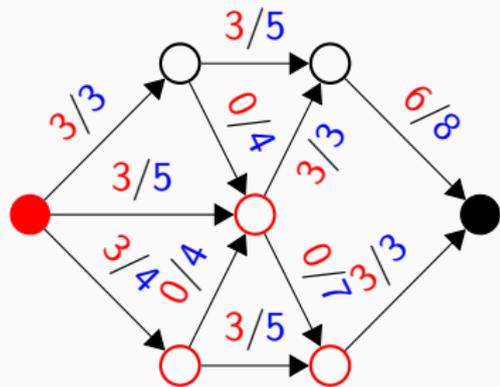
Les débits des tuyaux \rightarrow sont égaux à leur capacité

Les débits des tuyaux \leftarrow valent 0

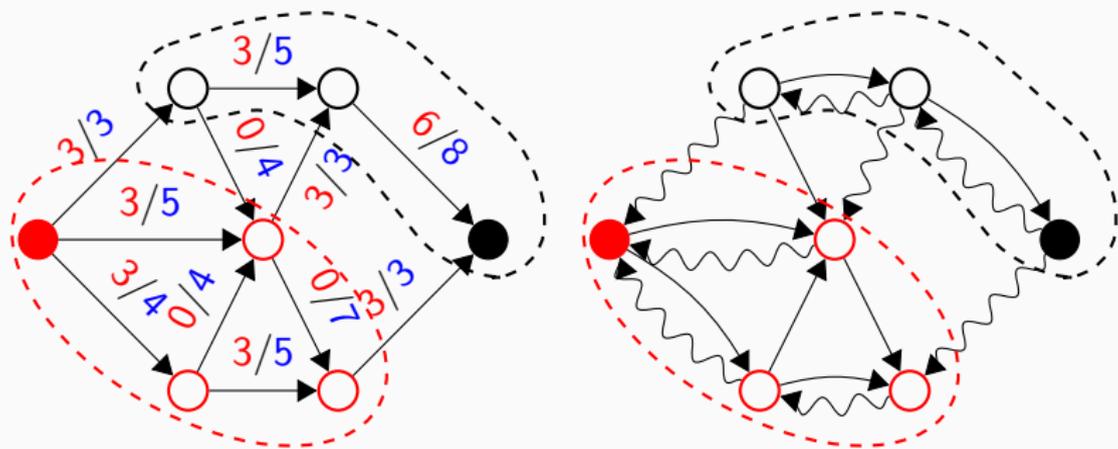
Une séparation des points qui prouve la maximalité



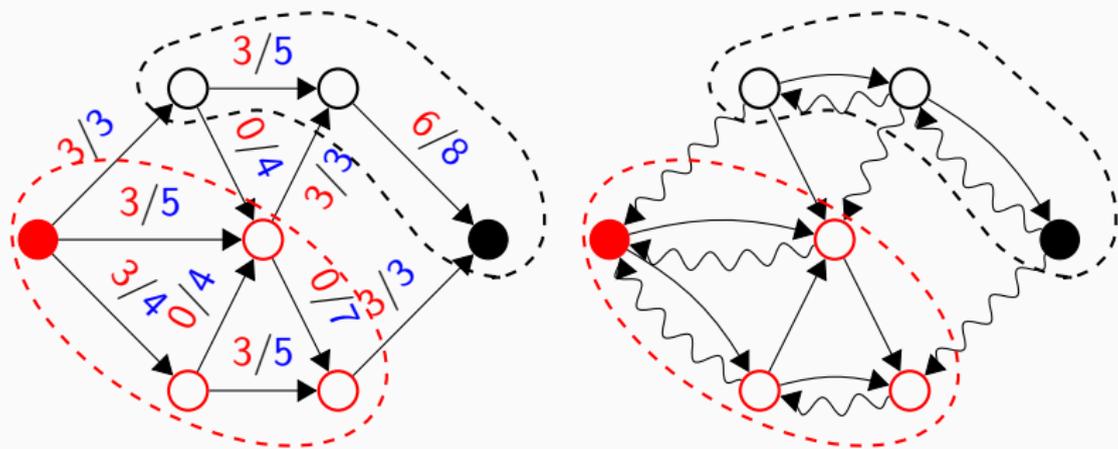
Une séparation des points qui prouve la maximalité



Une séparation des points qui prouve la maximalité

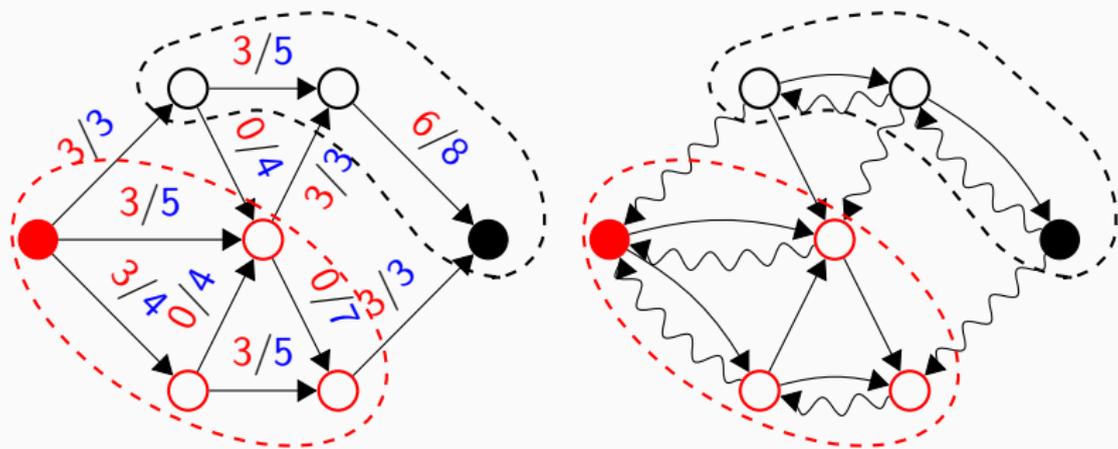


Une séparation des points qui prouve la maximalité



Pas de \longrightarrow : les débits des tuyaux sortants valent leur capacité

Une séparation des points qui prouve la maximalité



Pas de \longrightarrow : les débits des tuyaux sortants valent leur capacité

Pas de \rightsquigarrow : les débits des tuyaux entrants sont égaux à 0

Récapitulatif

- ▶ On part d'un flot nul
- ▶ Tant qu'il existe un chemin augmentant, on l'augmente
- ▶ Quand il n'y a plus de chemin augmentant, on a une séparation des points qui prouve que le flot est maximal

L'algorithme final

Nombre de matchs gagnés :

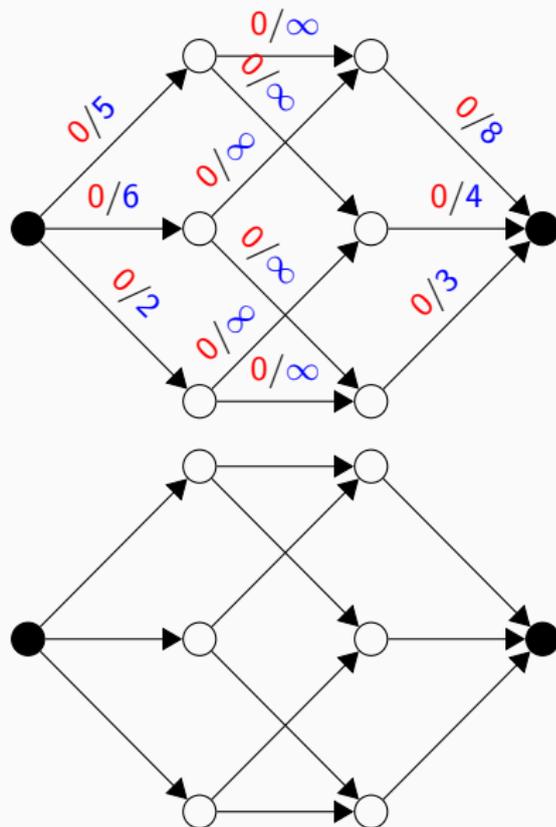
Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Victoires	9	1	5	6

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	-	-	-	-
e_2	-	-	5	6
e_3	-	-	-	2
e_4	-	-	-	-

Valeur des $v_{i,j}$

Match	$e_2 - e_3$	$e_2 - e_4$	$e_3 - e_4$
Victoires	0-0	0-0	0-0



L'algorithme final

Nombre de matchs gagnés :

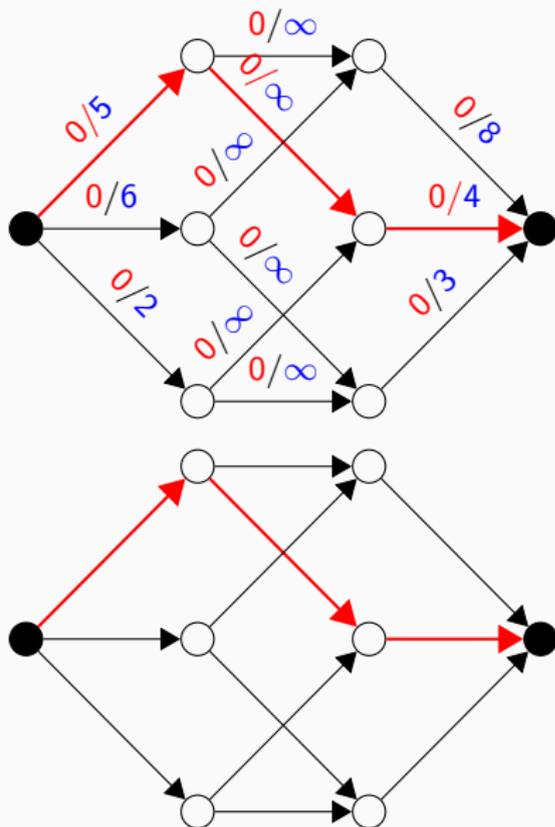
Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Victoires	9	1	5	6

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	-	-	-	-
e_2	-	-	5	6
e_3	-	-	-	2
e_4	-	-	-	-

Valeur des $v_{i,j}$

Match	$e_2 - e_3$	$e_2 - e_4$	$e_3 - e_4$
Victoires	0-0	0-0	0-0



L'algorithme final

Nombre de matchs gagnés :

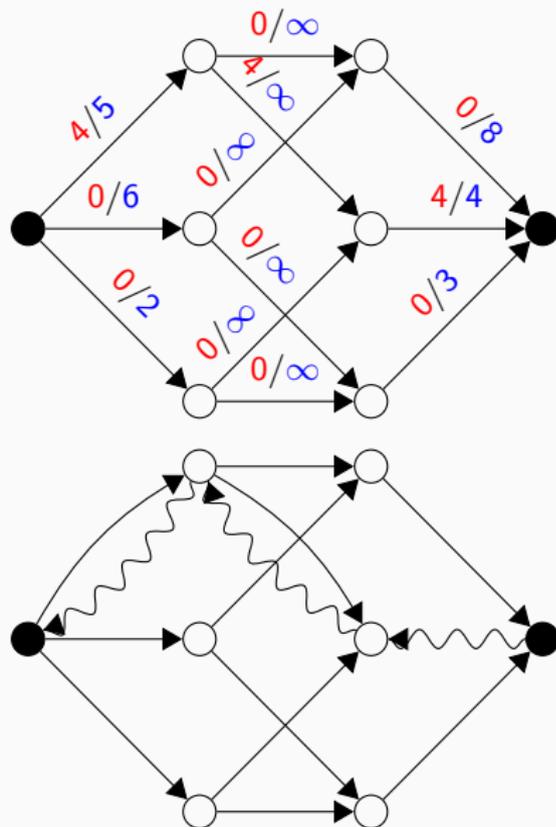
Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Victoires	9	1	5	6

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	-	-	-	-
e_2	-	-	5	6
e_3	-	-	-	2
e_4	-	-	-	-

Valeur des $v_{i,j}$

Match	$e_2 - e_3$	$e_2 - e_4$	$e_3 - e_4$
Victoires	0-4	0-0	0-0



L'algorithme final

Nombre de matchs gagnés :

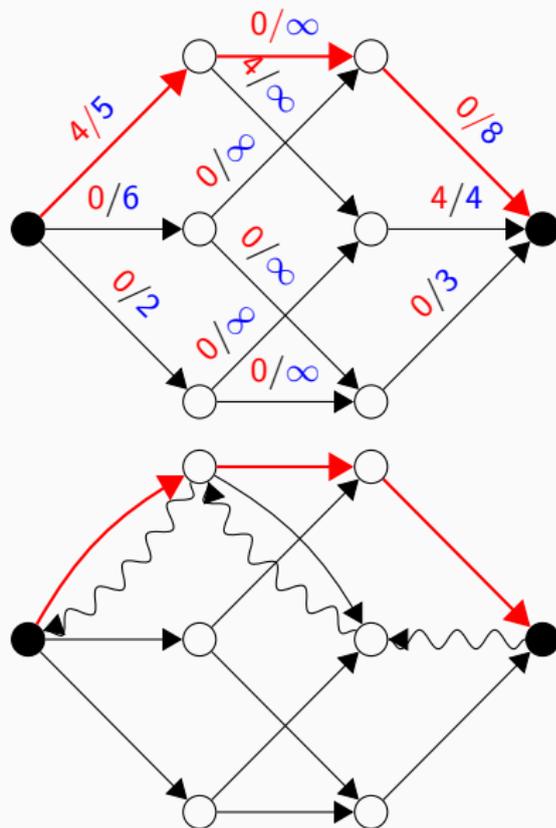
Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Victoires	9	1	5	6

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	-	-	-	-
e_2	-	-	5	6
e_3	-	-	-	2
e_4	-	-	-	-

Valeur des $v_{i,j}$

Match	$e_2 - e_3$	$e_2 - e_4$	$e_3 - e_4$
Victoires	0-4	0-0	0-0



L'algorithme final

Nombre de matchs gagnés :

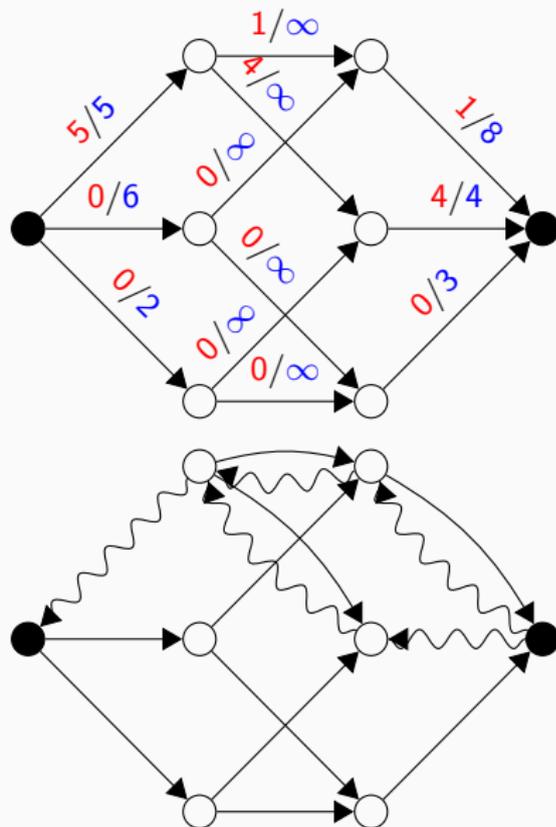
Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Victoires	9	1	5	6

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	-	-	-	-
e_2	-	-	5	6
e_3	-	-	-	2
e_4	-	-	-	-

Valeur des $v_{i,j}$

Match	$e_2 - e_3$	$e_2 - e_4$	$e_3 - e_4$
Victoires	1-4	0-0	0-0



L'algorithme final

Nombre de matchs gagnés :

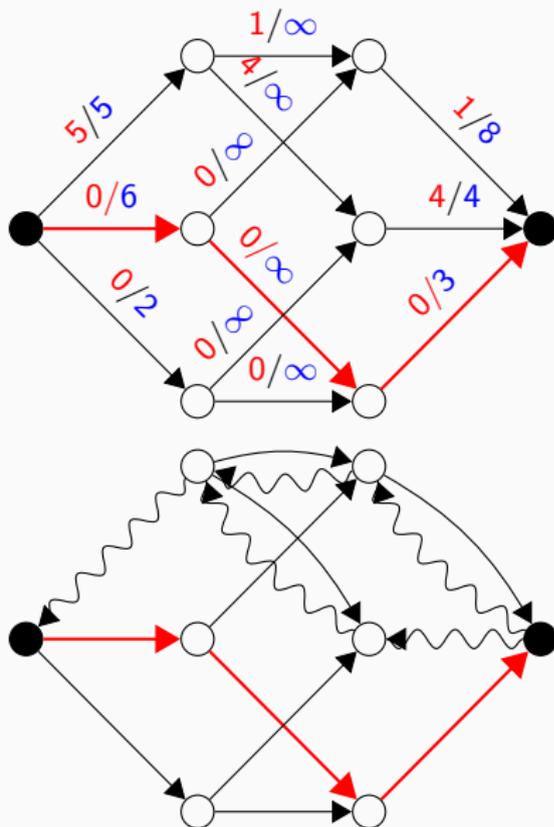
Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Victoires	9	1	5	6

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	-	-	-	-
e_2	-	-	5	6
e_3	-	-	-	2
e_4	-	-	-	-

Valeur des $v_{i,j}$

Match	$e_2 - e_3$	$e_2 - e_4$	$e_3 - e_4$
Victoires	1-4	0-0	0-0



L'algorithme final

Nombre de matchs gagnés :

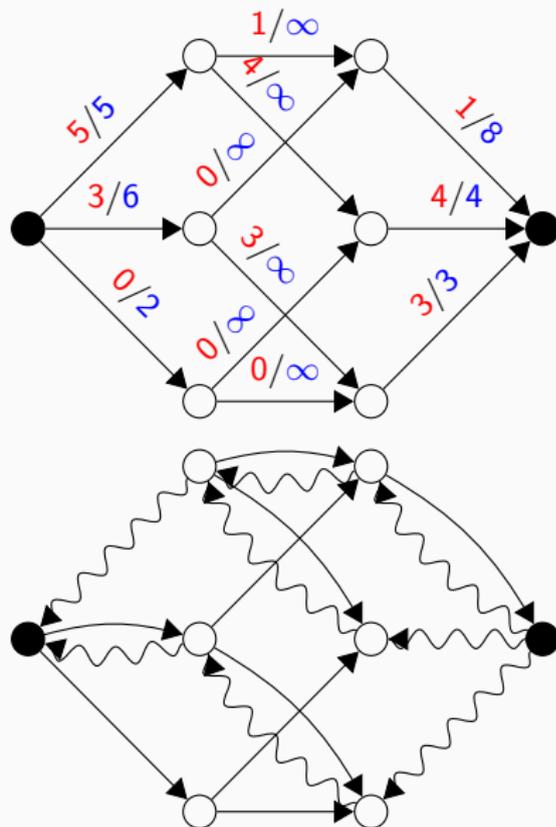
Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Victoires	9	1	5	6

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	-	-	-	-
e_2	-	-	5	6
e_3	-	-	-	2
e_4	-	-	-	-

Valeur des $v_{i,j}$

Match	$e_2 - e_3$	$e_2 - e_4$	$e_3 - e_4$
Victoires	1-4	0-3	0-0



L'algorithme final

Nombre de matchs gagnés :

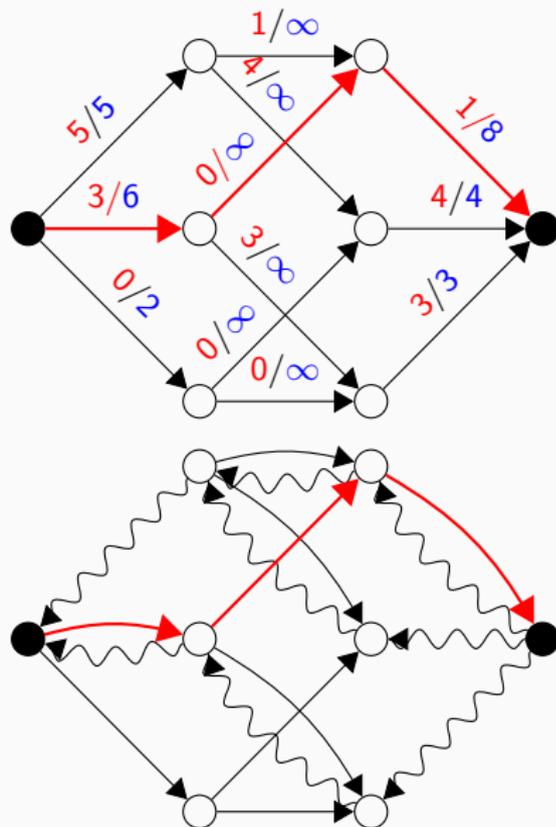
Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Victoires	9	1	5	6

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	-	-	-	-
e_2	-	-	5	6
e_3	-	-	-	2
e_4	-	-	-	-

Valeur des $v_{i,j}$

Match	$e_2 - e_3$	$e_2 - e_4$	$e_3 - e_4$
Victoires	1-4	0-3	0-0



L'algorithme final

Nombre de matchs gagnés :

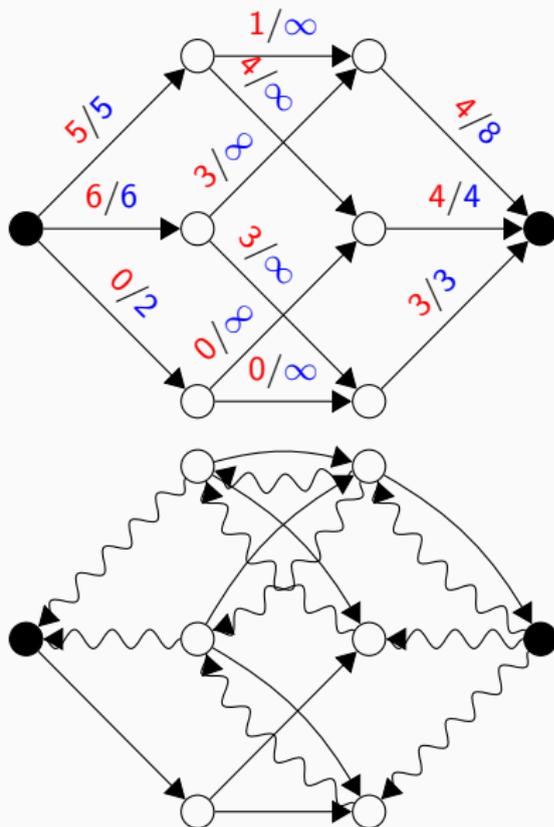
Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Victoires	9	1	5	6

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	-	-	-	-
e_2	-	-	5	6
e_3	-	-	-	2
e_4	-	-	-	-

Valeur des $v_{i,j}$

Match	$e_2 - e_3$	$e_2 - e_4$	$e_3 - e_4$
Victoires	1-4	3-3	0-0



L'algorithme final

Nombre de matchs gagnés :

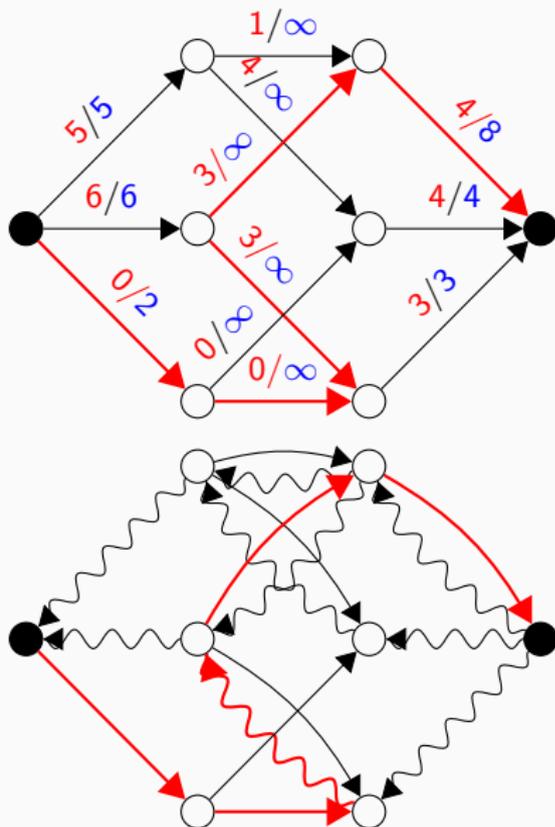
Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Victoires	9	1	5	6

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	-	-	-	-
e_2	-	-	5	6
e_3	-	-	-	2
e_4	-	-	-	-

Valeur des $v_{i,j}$

Match	$e_2 - e_3$	$e_2 - e_4$	$e_3 - e_4$
Victoires	1-4	3-3	0-0



L'algorithme final

Nombre de matchs gagnés :

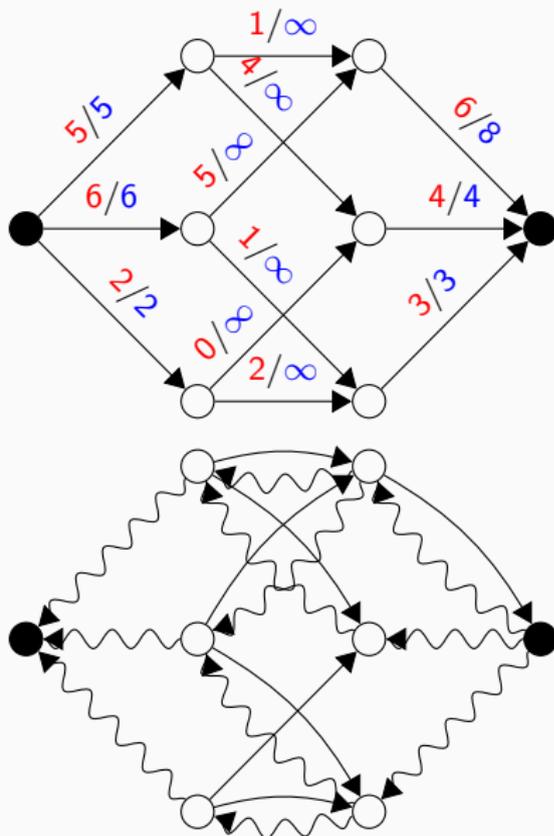
Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
Victoires	9	1	5	6

Nombre de matchs à jouer :

Équipe	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	-	-	-	-
e_2	-	-	5	6
e_3	-	-	-	2
e_4	-	-	-	-

Valeur des $v_{i,j}$

Match	$e_2 - e_3$	$e_2 - e_4$	$e_3 - e_4$
Victoires	1-4	5-1	0-2



Combien d'opérations fait l'algorithme ?

Combien d'opérations fait l'algorithme ?

nombre fois qu'on \times nombre d'opérations pour
augmente un chemin trouver un chemin augmentant

Combien d'opérations fait l'algorithme ?

nombre fois qu'on augmente un chemin \times nombre d'opérations pour trouver un chemin augmentant

\leq valeur du flot maximal \times taille du graphe

Combien d'opérations fait l'algorithme ?

nombre fois qu'on augmente un chemin \times nombre d'opérations pour trouver un chemin augmentant

\leq valeur du flot maximal \times taille du graphe

\leq 190 \times 34

Combien d'opérations fait l'algorithme ?

nombre fois qu'on augmente un chemin \times nombre d'opérations pour trouver un chemin augmentant

\leq valeur du flot maximal \times taille du graphe

\leq 190 \times 34

Ça fait 6460 opérations !

Combien d'opérations fait l'algorithme ?

nombre fois qu'on augmente un chemin \times nombre d'opérations pour trouver un chemin augmentant

\leq valeur du flot maximal \times taille du graphe

\leq 190 \times 34

Ça fait 6460 opérations !

À 10^6 opérations par seconde, le problème est résolu en 6 millisecondes.

Conclusion/Ouverture

Conclusion

Conclusion

- ▶ On a trouvé un algorithme rapide pour résoudre notre problème!

Conclusion

- ▶ On a trouvé un algorithme rapide pour résoudre notre problème!
- ▶ On a vu comment résoudre le problème du flot maximum

Conclusion

- ▶ On a trouvé un algorithme rapide pour résoudre notre problème!
- ▶ On a vu comment résoudre le problème du flot maximum

À propos du problème de flot maximum :

Conclusion

- ▶ On a trouvé un algorithme rapide pour résoudre notre problème!
- ▶ On a vu comment résoudre le problème du flot maximum

À propos du problème de flot maximum :

- ▶ Il existe des algorithmes plus rapides pour le résoudre

Conclusion

- ▶ On a trouvé un algorithme rapide pour résoudre notre problème !
- ▶ On a vu comment résoudre le problème du flot maximum

À propos du problème de flot maximum :

- ▶ Il existe des algorithmes plus rapides pour le résoudre
- ▶ Il permet de résoudre plein d'autres problèmes en informatique !

Conclusion

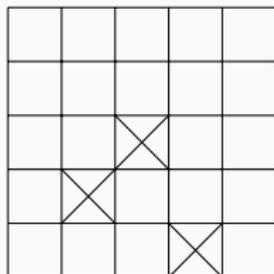
- ▶ On a trouvé un algorithme rapide pour résoudre notre problème !
- ▶ On a vu comment résoudre le problème du flot maximum

À propos du problème de flot maximum :

- ▶ Il existe des algorithmes plus rapides pour le résoudre
- ▶ Il permet de résoudre plein d'autres problèmes en informatique !
- ▶ La preuve de correction de l'algorithme permet de démontrer des théorèmes mathématiques

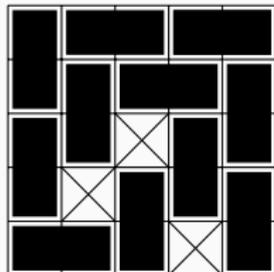
Un autre problème qui se ramène à un flot maximal

Peut-on recouvrir une grille avec des trous en utilisant des dominos ?

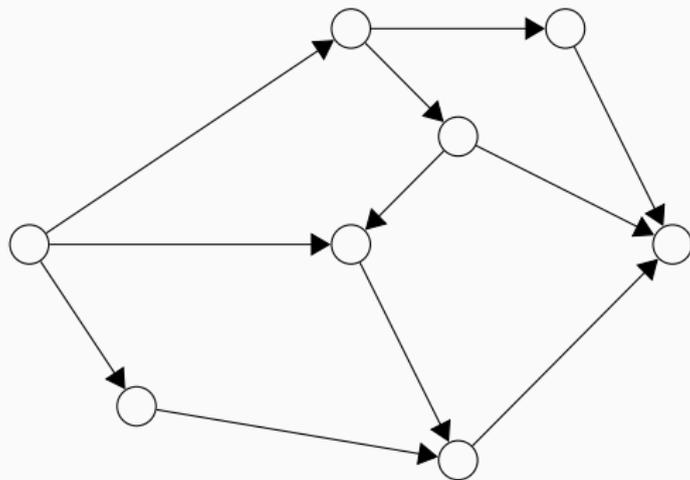


Un autre problème qui se ramène à un flot maximal

Peut-on recouvrir une grille avec des trous en utilisant des dominos ?

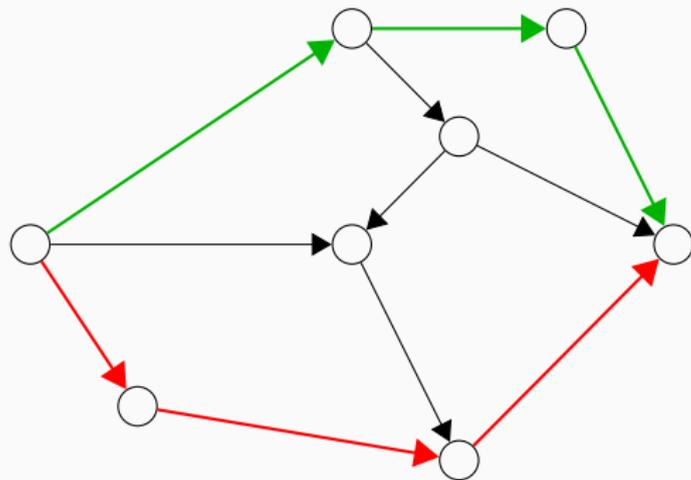


Théorème de Menger (1927)



Théorème de Menger (1927)

Nombre max de chemins disjoints entre deux points



Théorème de Menger (1927)

Nombre max de chemins disjoints entre deux points
= nombre min d'arête à enlever pour les séparer

